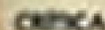


Isaac Newton
&
Gottfried Wilhelm
Leibniz

LA POLÉMICA SOBRE LA INVENCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL





Isaac Newton
y Gottfried Leibniz

LA POLÉMICA SOBRE LA INVENCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL

CLÁSICOS DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

Isaac Newton
y Gottfried Leibniz

LA POLÉMICA SOBRE LA INVENCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL

ESCRITOS Y DOCUMENTOS

EDICIÓN DE ANTONIO J. DURÁN

TRADUCCIÓN CASTELLANA DEL TEXTO DE NEWTON:

Antonio J. Durán

TRADUCCIÓN CASTELLANA DE LOS TEXTOS DE LEIBNIZ:

José Luis Arántegui





BARCELONA

Colección dirigida por

José Manuel Sánchez Ron
Catedrático de Historia de la Ciencia (UAM)
y miembro de la Real Academia Española

Clásicos de la Ciencia y la Tecnología
es una colección coeditada con la Fundación Iberdrola

Diseño de la cubierta: Jaime Fernández
Ilustración de la cubierta: © Prisma y © Corbis
Realización: Ātona, S.L.

ISBN-10: 84-8432-786-8
ISBN-13: 978-84-8432-786-8
e-mail: editorial@ed-critica.es
http://www.ed-critica.es
Depósito legal: B-28.445-2006
2006 – Impreso y encuadernado en España por EGEDSA

NOTA PRELIMINAR

Uno de los instrumentos conceptuales y analíticos más básicos y más importantes inventados por los humanos es el cálculo infinitesimal. Sin él, la historia de la ciencia —lo que en buena medida también quiere decir la historia de la humanidad— habría sido diferente, muy diferente. Es, además, una herramienta que goza de un estatus que otros útiles científicos, incluyendo algunas de las mayores síntesis teóricas producidas en la ciencia, seguramente jamás podrán alcanzar. Es, en efecto, el destino aparentemente inevitable de las teorías científicas ser sustituidas por otras más precisas, más generales. Así sucedió por ejemplo con la mecánica y teoría de la gravitación newtonianas o con el electromagnetismo maxwelliano. Con el cálculo infinitesimal no ocurrirá lo mismo. Se pueden mejorar —y así se ha hecho y acaso continuará haciéndose en el futuro— sus pilares estructurales (la, por ejemplo, noción de infinitesimal o de límite), pero su esencia, idea, propósitos y tácticas continuarán siendo las mismas en el futuro, y lo que llamamos «cálculo infinitesimal» seguirá siendo, aunque su presentación sea diferente (que probablemente no lo será), básicamente igual a lo que sus inventores hicieron que fuese.

Por todo esto el cálculo infinitesimal debe estar representado en esta serie de «Clásicos de la ciencia y la tecnología». Más aún si tenemos en cuenta que sus inventores fueron dos gigantes de la ciencia como Isaac Newton (1642-1727) y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), este último también una figura prominente en la historia de la filosofía. Como tales, ninguno de los dos pueden faltar a la cita de esta colección, y de hecho Newton deberá volver a ella por sus trabajos en física (dinámica, gravitación y óptica).

Newton y Leibniz fueron, efectivamente, los creadores de esa maravillosa joya de la matemática. Ahora bien, el recuerdo de sus

respectivas contribuciones está indisolublemente acompañado de la polémica que mantuvieron, ellos y sus seguidores, por atribuirse el mérito de la prioridad de su descubrimiento. Una polémica agria donde la haya, que muestra algunos rasgos de lo peor de la condición humana.

En el presente volumen se incluyen, fenomenalmente introducidos y anotados por Antonio Durán, los principales documentos que recogen los puntos de vista de Newton y Leibniz: el llamado Account, *de Newton, y la denominada* Charta volans, *junto a la* Historia y origen del cálculo diferencial, *de Leibniz. En estos escritos los lectores podrán hacerse una idea tanto del carácter de los dos protagonistas de este momento inolvidable de la historia de la ciencia, como de sus respectivas contribuciones a la invención del cálculo infinitesimal (y así comprender apartados básicos de la historia de su origen), al igual que del «espíritu» de la época en que vivieron. La ciencia, no lo olvidemos, es sobre todo ideas, teorías y experimentos, sí, y para reconstruir su historia debemos ocuparnos de estos aspectos «internos», de la lógica del desarrollo de las ideas que se manejan, pero no basta con esto: el historiador también se debe ocupar del contexto en el que esas ideas, teorías o experimentos se crean o llevan a cabo, así como de la personalidad de los científicos implicados. Además de celebrar al cálculo infinitesimal y de honrar a sus creadores, este volumen pretende ser fiel a esos fines de la historia.*

JOSÉ MANUEL SÁNCHEZ RON

INTRODUCCIÓN

PREÁMBULO

La disputa entre Newton y Leibniz por la prioridad en el descubrimiento del cálculo infinitesimal acaso sea la más célebre de toda la historia de la ciencia. Mucho se ha escrito sobre ella pues fue, en cierta forma, la que marcó el procedimiento para resolver —o al menos intentarlo— disputas similares que después se han producido; recordemos que ahí quedó establecida la después tan repetida sentencia «los segundos inventores no tienen derechos», tal y como la escribió Newton en el *Account*, uno de los textos que se editan en esta obra. Sin embargo, escasean las publicaciones que recogen la opinión sobre la polémica que los protagonistas escribieron de su puño y letra. Parecía pues conveniente editar un volumen sobre esta disputa centrado esencialmente en las opiniones de Newton y Leibniz, de ahí los textos elegidos: *An account of the book entituled: Commercium Epistolicum D. Johannis Collinij & aliorum de analysi promota* —el *Account*, en breve— de Newton y la llamada *Charta volans* y la *Historia et origo calculi differentialis,* de Leibniz.

El enfoque del estudio preliminar y las notas no estará centrado únicamente en contar los detalles de la polémica sino también en indagar en las personalidades de sus protagonistas a través de los escritos y documentos editados; en especial porque los textos elegidos reflejan adecuadamente la singularidad de quienes los escribieron, ponen de manifiesto, en definitiva, algunas de las más apasionantes complejidades de estos dos genios de la ciencia y el pensamiento.

La estructura del estudio preliminar ha sido pensada para potenciar esta indagación en las personalidades de Newton y Leibniz; por ello he comenzado con unos breves apuntes bio-

gráficos de ambos que traten de resaltar su singularidad, no sólo como pensadores, sino también como personas; estarán por tanto muy centrados en su trayectoria vital más que científica o filosófica —aunque ésta también tendrá cabida—. Seguirá una exposición de su formación matemática, del proceso que llevó a ambos a descubrir el cálculo infinitesimal y de la relación epistolar que mantuvieron en ese período; esto ayudará a entender y seguir las explicaciones que cada uno dará en los escritos aquí editados. El estudio preliminar concluye con un análisis de la polémica que permita, con el conocimiento de la documentación actualmente disponible —que en su día, no se olvide, no fue completamente accesible a ambas partes—, hacerse una idea cabal de lo que fue aquella disputa, una de las más importantes de la historia de la ciencia en la que, como muestran los textos aquí editados, se llegó a pelear palabra por palabra: un grotesco remedo de la espeluznante lucha calle por calle y casa por casa de las batallas urbanas.

Espero que este estudio preliminar, un simple *delantal* para los textos de Newton y Leibniz —por usar la impagable expresión de Quevedo—, permita al lector una visión más completa de lo que fueron dos de las personalidades más complejas y decisivas que hayan conocido la ciencia y la filosofía.

Pero será la palabra de ambos genios, sustanciada en sus escritos, el espejo donde mejor se reflejarán sus personalidades. En el último medio siglo, la figura de Newton ha conocido un esfuerzo historiográfico sin igual en la historia de la ciencia; fruto de lo cual ha sido un cambio profundísimo en la manera en que hoy percibimos su figura. Como dejó escrito John Maynard Keynes: «Newton no fue el primero de la edad de la razón. Fue el último de los magos, el último de los babilonios y sumerios, la última gran mente que se asomó al mundo visible e intelectual con los mismos ojos que aquellos que empezaron a construir, hace diez mil años, nuestro patrimonio intelectual». El *Account,* el texto de Newton que aquí se edita, muestra al Newton colosal, vengativo y complejo; nos muestra al científico, aunque leyendo entre líneas se puede advertir también al mago y, sobre todo, al místico. Todo el escrito escenifica una especie de adelanto del juicio final donde cada cual rinde cuentas y son sus hechos pasados los que lo salvan o condenan. Percibimos

casi en cada palabra la profunda religiosidad con que Newton entendía cada hecho de la vida, incluido el hecho científico —una conversación permanente con Dios Padre—. El *Account*, escrito originariamente en inglés aunque con la mayor parte de las citas —que no son pocas— en latín, ha sido traducido por Antonio J. Durán, autor también de este estudio preliminar y las notas de los textos, usando el texto publicado por Newton en las *Philosophical Transactions* de la *Royal Society* en 1715.

Mientras Newton «cuando atacaba, agachaba la cabeza y cargaba» —por ponerlo en palabras de Richard Westfall—, Leibniz era más sibilino, menos obsesivo —incluso se permitió bromear sobre el asunto de la polémica— aunque más incisivo. Todo eso se refleja en los escritos que editamos. Leibniz muestra en el primero, la *Charta volans,* su cara más deshonesta, incluyendo en una carta anónima extractos de su correspondencia privada mantenida con otros matemáticos que acusaban a Newton de haber aprendido el cálculo de Leibniz y, aun, que hacia 1687 no lo había Newton entendido cabalmente toda vez que se habían detectado errores en los *Principia* achacables, sin duda, a la impericia de Newton con el cálculo. Otra cosa es la *Historia et origo*; aunque redactada también de forma pretendidamente anónima, Leibniz trata más que de atacar —que también— de explicar el singular proceso por el que descubrió el cálculo: un original periplo que lo llevó de los números a la geometría. La *Historia et origo* refleja además una cierta amargura vital de Leibniz; es consecuencia de las circunstancias en que Leibniz lo escribió: fue redactada poco antes de su muerte, mientras sufría el exilio —relativo— al que lo había sometido su patrón. No olvidemos que éste, el duque de Hannover, se había convertido en el rey Jorge I de Inglaterra y, por desavenencias anteriores con Leibniz, para evitarse críticas y problemas que le pudieran venir de los sectores controlados por Newton y para que siguiera trabajando en la historia de su familia, había dejado a Leibniz en Hannover impidiéndole seguirle hasta Inglaterra —cosa que el filósofo hubiera deseado—. Esta interesante faceta política de la disputa será también tratada en el estudio preliminar. Los textos de Leibniz, escritos ambos originariamente en latín —salvo el preámbulo de la versión francesa de la *Charta volans* que fue escrito por Leibniz en fran-

cés—, han sido traducidos por José Luis Arantegui Tamayo, usando para la *Historia et origo* el texto publicado por Gerhardt en el tomo 5 de los *Leibnizens mathematische Schriften*, mientras que para la *Charta volans* y su preámbulo francés se ha usado el texto publicado en el tomo VI de *The Correspondence of Isaac Newton*.

Quiero señalar por último que en el estudio preliminar encuentra necesariamente reflejo la labor que durante los últimos seis años llevo ejerciendo como editor de la colección de ediciones facsímiles, con traducción al castellano anotada y crítica, de obras fundamentales de las matemáticas, editada por la Real Sociedad Matemática Española y de la que ya han visto la luz la *Introducción al análisis de los infinitos* de Leonhard Euler (2000), el *Análisis de cantidades mediante series, fluxiones y diferencias* de Isaac Newton (2003) —éstos en colaboración con la sociedad Thales siendo también editor Javier Pérez Fernández— y *Obras escogidas* de Arquímedes (2006) —este último en colaboración con el ICM-2006—. En el estudio preliminar he recurrido en ocasiones a material mío editado en esa colección, en especial al artículo *Newton y el Analysis*.

1. NEWTON Y LEIBNIZ

El día 13 de julio de 1936 supone una simbólica frontera entre un antes y un después en los estudios historiográficos sobre la obra y la figura de Isaac Newton. Ese día —y el siguiente— se subastaron en la sede de Sotheby 332 lotes que contenían una parte de los manuscritos newtonianos, parte de su correspondencia y otros documentos y objetos que en su día le pertenecieron. La rocambolesca historia de los manuscritos de Newton tiene cierta rara capacidad de fascinación, por habernos revelado éstos la verdadera fisonomía del inglés: más compleja y difícil que la faceta de genio que los siglos XVIII y XIX nos habían legado.

El volumen de manuscritos, cartas y otros documentos que se conservan de Newton es enorme, a pesar de que «pudo quemar durante sus últimos meses de vida una buena parte de su correspondencia y algunos artículos técnicos de inferior cali-

dad que no deseaba legar a sus sucesores» [Whiteside I, 1967: x] —sobre esto último no se muestran muy de acuerdo F. Manuel [Manuel, 1968: 398-399, n. 21], ni tampoco Westfall [Westfall, 1983: 868]—.[1] Fue Newton quien afirmó haber quemado parte de su correspondencia —se lo contó a John Conduitt, el marido de su sobrina preferida, Catherine, con la que Newton convivió en Londres más de dos décadas—; ¿quizá estuviera adrede construyéndose una leyenda de misterio y fantasía que lo acercara al rango de mito?; como la historia de la manzana, cuya *espeluznante* sencillez tan útil ha sido para popularizar la figura de Newton como personaje genial y que Newton mismo contó a su paisano William Stukeley poco antes de morir —es una de las cuatro versiones independientes que parecen haberse conservado, aunque todas ellas proceden de la mente de un Newton ya septuagenario [Westfall, 1983: 154]—: «Después de comer, estando el tiempo cálido, fuimos al jardín a tomar el té; bajo la sombra de unos manzanos, solos él y yo [él: Newton; yo: Stukeley]. Entre otras cosas, me dijo que justo en la misma situación fue cómo se le había ocurrido la noción de gravitación. Fue sugerida por la caída de una manzana cuando estaba sentado en actitud contemplativa. Por qué la manzana siempre desciende perpendicularmente hasta el suelo, se preguntó a sí mismo. ¿Por qué no va hacia otro lado o hacia arriba? Seguramente la razón es que la tierra la atrae. Debe haber una potencia de atracción en la materia: y la suma de la potencia de atracción de la tierra debe estar en el centro

1. La magnífica edición en ocho tomos de *The mathematical papers of Isaac Newton,* cuyo responsable fue D. T. Whiteside, es la referencia esencial y obligada a la hora de abordar los asuntos matemáticos de Newton —he optado en este libro por hacer referencia a esta obra de dos formas distintas: bien con el nombre de Newton, cuando haga referencia a los textos de Newton, bien con el nombre de Whiteside, como arriba, cuando haga referencia a comentarios históricos o notas de Whiteside—. De igual manera, la biografía *Never at Rest, a biography of Isaac Newton,* de Richard Westfall es la referencia principal para la trayectoria vital de Newton, mientras que *A portrait of Isaac Newton*, de Frank E. Manuel, es la guía —interesante y sorprendente, aunque truculenta en ocasiones— para adentrarse en la atormentada psicología del genio inglés —salvando los naturales peligros interpretativos para un estudio psicológico hecho por F. Manuel a un personaje que ya llevaba muerto tres siglos y medio.

de la tierra, y no en otro lado de la tierra. Por eso esta manzana cae perpendicularmente o hacia el centro de la tierra [...] Hay una potencia, como esa que aquí llamamos gravedad, que se extiende a todo el universo» [Stukeley, 1936: 19-20] —véase también [Mc Kie y DeBeer, 1951-2].

Pero sigamos con la historia de los manuscritos: a la muerte de Newton, que murió sin testar, hubo algunas desavenencias entre los posibles herederos —ocho en total: todos ellos hijos e hijas de las dos hijas y un hijo que tuvo la madre de Newton con su segundo marido, el pastor protestante Barnabás Smith—. Excepto su sobrina preferida, Catherine Barton, y el marido de ésta, John Conduitt, los demás herederos querían hacer dinero rápido de la herencia, por lo que en julio de 1727, poco después de la muerte de Newton, su biblioteca fue vendida a un tal John Huggins —por 300 libras; 30 libras más sobre la tasación inicial de 270—.[2] También, y tras una revisión sumaria de los documentos de Newton, vendieron todo lo que se encontró listo y ordenado como para que los impresores lo pudieran aceptar.[3]

Los documentos y manuscritos de Newton que no se pudieron vender pasaron a la hija de los Conduitt, también de nombre Catherine, que casó en 1740 con el vizconde de Lymington; y, posteriormente, al hijo de éstos, que fuera segundo conde de Portsmouth, de donde proviene el nombre *colección Portsmouth* con que se conoce a este legado de Newton. En 1872 empezaron a catalogarse por primera vez, para lo que fueron depositados en la Universidad de Cambridge, y el resultado del escrutinio fue publicado en 1888; ese año los documentos volvieron a la familia Portsmouth, excepto todo lo relacionado con matemáticas, y la correspondencia, junto con libros y otros documentos que fueron legados por la familia a la Universidad de Cambridge.

2. Sobre el destino final de la biblioteca de Newton —más de la mitad de sus libros fueron también subastados, en 1920— véase [Harrison, 1978].

3. Entre otras obras vieron así la luz *The chronology of ancient kingdoms amended* en 1728 y *Observations upon the prophecies of Daniel and the apocalypse of St. John* en 1733 —véase para más detalles [Westfall, 1983: 872-873] y también [Whiteside I, 1967: xxi].

El resto, como se dijo arriba, fue subastado en Sotheby en 1936: todos los manuscritos newtonianos sobre alquimia, química y los asuntos del tesoro, todo el material recopilado por John Conduitt para su proyectada biografía de Newton, un buen número de cartas de y dirigidas a Newton, cuadernos de juventud, manuscritos sobre cronología, teología y el desarrollo del cálculo, dos magníficos retratos —uno de ellos el celebrado de Kneller pintado en 1702—, y su máscara mortuoria fueron vendidos en dos días por poco más de 9.000 libras [Spargo, 1992: 123] —no es difícil imaginar la desilusión que tuvo que sufrir el noveno conde de Portsmouth, que los había puesto a la venta porque estaba necesitado de *cash*—. John Maynard Keynes, a partir de entonces, compró documentos personales, y manuscritos de alquimia, cronología, historia y teología, y los legó al *King College* de Cambridge; mientras que gran parte de los manuscritos newtonianos sobre teología fueron adquiridos por el orientalista Abraham S. E. Yahuda —intercambió, de hecho, algunos con Keynes— que los legó a la *Jewish National and University Library* en Jerusalén donde llegaron, después de algunos problemas legales de herencias, en 1966 —para más detalles véanse [Whiteside I, 1967: xvii-xxxvi], [Munby, 1952] y [Spargo, 1992].

La intensísima labor de estudio de la obra y la figura de Newton —sin parangón con el estudio de cualquier otro científico— que se ha llevado a cabo tras la segunda guerra mundial, bien puede ser vista como una alegoría de aquella subasta de Sotheby, que tuvo la virtud de poner de manifiesto el tesoro, prácticamente virgen, de los manuscritos de Newton. Como primera consecuencia, se ha producido un cambio en la percepción histórica de la figura científica y humana de Newton. La célebre cita de John Maynard Keynes: «Newton no fue el primero de la edad de la razón. Fue el último de los magos, el último de los babilonios y sumerios, la última gran mente que se asomó al mundo visible e intelectual con los mismos ojos que aquellos que empezaron a construir, hace diez mil años, nuestro patrimonio intelectual» [Keynes, 1947: 27], hija del estudio de la colección de manuscritos newtonianos que acumuló Keynes tras la subasta de Sotheby, señalaba la dirección del cambio.

Frente al científico por antonomasia, al padre de la física

moderna, al descubridor de la ley de la gravedad, al autor de sesudos estudios sobre la naturaleza de la luz y los colores, al inventor del cálculo infinitesimal, frente a la imagen de héroe de la razón con clarividencia genial, que tanto promocionó el propio Newton, sus manuscritos contraponen un personaje más complejo y, por lo mismo, más real: interesado no sólo, ni siquiera mayormente, por asuntos científicos —aunque tuvo épocas—, sino también por oscuros problemas teológicos, practicante de una alquimia a medio camino entre lo experimental y lo místico, y autor, además de los *Principia* o la *Opticks,* de abstrusas cronologías bíblicas, temas todos de dudosa categoría científica —incluso para su época— pero a los que Newton dedicó muchas más páginas que a la ciencia.

Frente a su impecable y exitosa trayectoria profesional, ya fuera como joven catedrático lucasiano en la Universidad de Cambridge, como pulcro miembro del Parlamento inglés, como escrupuloso funcionario del Tesoro —*Master of the Mint,* nada menos— o como todopoderoso presidente de la *Royal Society,* los manuscritos subastados en Sotheby nos muestran su secreto inconfesable: un arrianismo convencido, meditado, que lo acompañó toda su vida desde su juventud y que, por ley, lo podía haber apartado de todos sus cargos caso de haberse conocido.[4] Así, frente a sus asépticos informes sobre las aleaciones más apropiadas para el acuñamiento de las monedas inglesas, los manuscritos nos revelan sus diatribas contra la Santísima Trinidad, llenos de párrafos fieros, surrealistas, con arrebatos que no distan mucho de la estética más engoladamente pornográfica y tremendista; la siguiente cita, que pertenece a uno de los muchos manuscritos de Newton sobre teología —comentarios sobre las profecías, en este caso—, da una idea cabal de lo

4. Tomemos como ejemplo lo ocurrido a William Whiston. Whiston estuvo sustituyendo a Newton en la cátedra lucasiana en Cambridge desde 1696 hasta 1703, año en que Newton renunció al cargo en favor de Whiston, que pasó así a ser el catedrático titular. William Whiston fue finalmente expulsado de la cátedra lucasiana en 1710 por su confeso arrianismo: un arrianismo que probablemente le contagió Newton; Newton no sólo no movió un dedo por evitar su expulsión, sino que cuando, en 1716, Whiston fue propuesto como miembro de la *Royal Society*, amenazó con dimitir de su cargo de presidente si la propuesta se aprobaba [Westfall, 1983: 651-653].

que digo: «Y porque la Iglesia de Roma empezó a reinar sobre los diez reyes y los tentó con esta religión idólatra, y así llegó a ser rica y poderosa, ella es a partir de entonces comparada con una mujer envuelta en púrpura y escarlata y cubierta de gemas, que vive deliciosamente sentada como una reina sobre las siete colinas y el cuerno de la bestia en un desierto de estéril espiritualidad, y fornica con los reyes de la tierra y hace a las naciones borrachas con el vino de su fornicación y las inunda con oro y plata y piedras preciosas y perlas y lencería fina y púrpura y seda y escarlata y todas otras cosas caras y enriquece a los mercaderes de la tierra con su suntuosidad» [Manuel, 1968: 56]. No deja de ser una paradoja de la vida que el feroz antitrinitario Newton fuera miembro del *Trinity College* durante toda su estancia en Cambridge.

Si abundante fue la producción manuscrita inédita de Newton, la de Leibniz no le fue a la zaga, incluso la superó amplísimamente en algunos aspectos, como por ejemplo en la correspondencia. En buena medida, la correspondencia de Leibniz —que fue parte de su herencia privada— se conserva en Hannover en las *Niedersächsisches Landesbibliothek* y *Staatsarchiv*. Los manuscritos de Leibniz fueron algo mejor tratados que los de Newton, en el sentido de que no fueron subastados y el proceso de su edición, más o menos sistemática, y estudio comenzó casi un siglo antes que los del inglés; estudio y edición que, sin embargo, no han llegado a alcanzar nunca el grado de intensidad —y tal vez de brillantez— conseguido por la *industria newtoniana* después de la segunda guerra mundial. Así, a mediados del siglo XIX, B. Guhrauer publicó (1838-1840) una importante biografía de Leibniz —todavía de gran interés— y un par de volúmenes que, bajo el título de *Leibniz's deutsche schriften,* contenían la producción leibniziana en alemán. C. I. Gerhardt puso entonces también en marcha la edición de los escritos matemáticos y filosóficos de Leibniz, de los que se publicaron catorce volúmenes —siete para cada disciplina— entre 1849 y 1890.

El impulso definitivo para la edición completa de los manuscritos y correspondencia de Leibniz se dio nada más nacer el siglo XX, en el primer congreso de la Asociación Internacio-

nal de las Academias celebrado en París. Desde entonces, y con varias interrupciones debidas a las guerras mundiales, se ha llevado a cabo una ambiciosa labor de edición que dista bastante de haber concluido. De las ocho series que componen los *Sämtliche Schriften und Briefe* de Leibniz (*Escritos y correspondencia completa*) —la llamada *Akademie Ausgabe* o *Edición de la Academia*—, las tres primeras están dedicadas a la correspondencia. Leibniz se carteó con más de 600 personas —entre las que se contaban buen número de personalidades políticas, científicas y filosóficas de su época— y pudo acumular a lo largo de su vida la friolera de 20.000 cartas —por ponerlo en números redondos—, de las cuales 10.000 son propias y otras tantas lo teníán como destinatario —compárese con las escasas 1.600 que componen los siete tomos de la correspondencia de Newton [NC, I-VII]—; la mayor parte se conservan —al menos en borrador o extractadas— pues, como Newton, Leibniz no tenía por costumbre deshacerse de ningún papel. La serie I está dedicada a la correspondencia general, política e histórica y lleva ya publicados —o en proceso— veintiún volúmenes que recogen el período 1668-1702, de la serie II dedicada a la correspondencia filosófica sólo se ha publicado un volumen —habrá posiblemente seis—, mientras que la serie III dedicada a la correspondencia matemática, científica y técnica lleva publicados —o en proceso— siete volúmenes que recogen el período 1672-1698. Completan la obra la serie IV dedicada a los escritos políticos —seis volúmenes publicados o en proceso—, la V a los escritos históricos —todavía sin estrenarse—, la VI a los escritos filosóficos —cinco volúmenes publicados o en proceso—, la VII a los escritos matemáticos —también con cinco volúmenes— y la VIII dedicada a los escritos científicos, médicos y técnicos —todavía inédita—. En total no serán menos de setenta volúmenes cuando la obra se culmine.

El conocimiento de los manuscritos de Leibniz no ha cambiado, sin embargo, demasiado nuestra visión del genio alemán —como sí lo han hecho los de Newton—, aunque sí han aclarado y arrojado luz sobre determinados aspectos de su producción intelectual. En opinión de Bertrand Russell han servido para mostrarnos lo mejor de la filosofía de Leibniz que, al no ser apropiada para hacerlo popular entre las princesas o para ganar

dinero, quedó guardada en sus cajones; también han contribuido, por poner un ejemplo relevante para este libro, a esclarecer cómo descubrió el cálculo infinitesimal y que el proceso fue independiente al seguido por Newton.

La variadísima fecundidad de Leibniz nos muestra algo que ya sabían sus contemporáneos: que era un *maestro de todos los oficios* o, como reza la *Encyclopaedia Britannica,* uno de los más poderosos espíritus de la civilización occidental.

En un mundo como el de hoy que tiende, acaso de manera insensata, a la especialización extrema, sorprende por contraste una mentalidad como la de Leibniz, que de todo quiso saber y en todo algo aportar, ya fuera a aquello por lo que hoy es más reconocido —ya sea la filosofía, o la metafísica, o la física, o las matemáticas—, como a otras actividades aparentemente más alejadas de lo intelectual —prensas hidráulicas, drenado de minas mediante molinos de viento, geología o producción de lino—. Pero en este entender y opinar de todo, mayormente aunque no siempre con agudeza y profundo sentido, encontramos algunas ideas centrales y constantes, como su búsqueda de la *Characteristica universalis*, o lenguaje universal, que debía ser simbólico y preciso como un bisturí; junto al *ars combinatoria,* o sistema deductivo, permitiría hacer los razonamientos «tan tangibles como los de las matemáticas, de suerte que podamos descubrir un error a simple vista, y que cuando haya disputas entre gentes podamos simplemente decir "Calculemos", a fin de ver quién tiene razón» —citado en [Ferrater III, 2001: 2091]—. Fue precisamente su versión del cálculo infinitesimal, tan plena en magníficas notaciones, un canto a la búsqueda de la *Characteristica universalis* que pusiera orden entre el maremágnum de resultados sobre cuadraturas, tangentes, máximos y mínimos, centros de gravedad, etc.; ese eco encontramos al final de su *Historia et origo*, en la que viene a reconocer que, a fin de cuentas, su contribución al cálculo fue un lenguaje que permitió tratar unificadamente multitud de problemas que antes recibían tratamientos dispares.

También se aprecia esa obsesión por la armonía universal reflejada en su otra obsesión por reunificar las Iglesias cristianas —con el eco político de fondo de la unificación de los estados alemanes—, aunque sólo fuera para presentar un frente común

de batalla contra el turco infiel. Primero trató de reunir católicos con protestantes —Leibniz era luterano; en varias ocasiones renunció a puestos tan atractivos para él como bibliotecario jefe en el Vaticano o en la *Académie Royale des Sciences* de París por estar condicionados a que se convirtiera al catolicismo— y, luego, más modesta pero igualmente imposible, a luteranos con calvinistas; para lo cual desarrolló una intensa labor pública a medio camino entre la teología y la diplomacia, y no cejó en hablar con unos y otros, proponer estrategias y diseñar procedimientos —compárese con el solitario e ignoto arrianismo de Newton—. Nada consiguió aunque no es previsible que tamaño fracaso disminuyera un ápice su optimismo desaforado —otra de sus señas de identidad—, porque ya es ser optimista haber nacido en una Alemania devastada por la guerra de los treinta años y escribir —*Ensayos de Teodicea*—: «Entre una infinidad de mundos posibles, el que hay es el mejor de todos; de otro modo Dios no se hubiera determinado a crear ninguno [...] y vosotros estáis allí en la fuente de la felicidad». Nuestro mundo «aunque contiene el mal», explicó Bertrand Russell sobre el principio leibniziano, «tiene mayor abundancia de bien sobre mal que cualquier otro mundo posible; éste es, por consiguiente, el mejor de todos los mundo posibles y el mal que contiene no proporciona ningún argumento contra la bondad de Dios. Este argumento satisfizo evidentemente a la reina de Prusia. Sus siervos continuaron soportando el mal mientras ella continuó disfrutando del bien, y era reconfortante que un gran filósofo le asegurara que era justo y lícito» [Russell, 1999: 207]. No tuvo Voltaire que exagerar demasiado la caricatura cuando decidió vestir a Leibniz con los ropajes del preceptor Pangloss de *Cándido:* «Pangloss enseñaba metafísica-teólogo-cosmolo-nigología, y probaba por modo admirable que no hay efecto sin causa, y que en este mundo, el mejor que se pueda imaginar, el castillo del señor barón era el más hermoso de todos, y la baronesa la mejor baronesa de cuantas existían» [Voltaire, 1994: 51].

El primero de los avatares decisivos que marcaron la compleja personalidad de Newton ocurrió tres meses antes de su nacimiento —el día de Navidad de 1642, según el calendario julia-

no todavía en uso en Inglaterra—:[5] fue la muerte de su padre. Andando el tiempo —y según F. Manuel—, la figura del padre desaparecido antes de su nacimiento la ocuparía, nada más y nada menos, que la figura de Dios Padre: así, toda la trayectoria vital de Newton fue una búsqueda de la verdad, ya fuera a través de la ciencia, la teología o la alquimia, siendo su interlocutor, no sus contemporáneos humanos, sino la figura del padre desconocido transmutada en Dios Padre. Esa actitud mística hace más entendible la agresividad tremenda que Newton mostró toda su vida ante las críticas —por mínimas que fueran— a su producción científica; esto le acabó generando una fobia visceral y absurda cada vez que le proponían publicar alguno de sus descubrimientos, lo que ocasionó enormes retrasos en la publicación de su producción matemática: algunos tratados no se publicaron hasta cuatro y cinco décadas después de compuestos, mientras que otros quedaron, incluso, sin publicar. Todo esto allanó el camino para la disputa por el descubrimiento del cálculo con Leibniz, menos miedoso que Newton a la hora de llevar su producción intelectual a la imprenta.

Eso fue, precisamente, lo que ocurrió tras la publicación de su primer trabajo científico en 1672: en enero de ese año Newton había ingresado en la *Royal Society* de Londres, tras presentar su telescopio reflectante; al mes siguiente publicó en las *Philosophical Transactions* su primer trabajo científico: una nueva teoría sobre la luz y los colores. La publicación levantó una enorme expectación, no sólo en Inglaterra, sino también en el resto de Europa. Y, de inmediato, se produjeron las inevitables críticas y desavenencias con lo que Newton en su trabajo decía

5. Sobre las fechas hago el mismo convenio que, por ejemplo, Westfall en *Never at rest* [Westfall, 1983]: las doy tal y como las daban las personas implicadas; téngase pues en cuenta que en los años a los que nos vamos a referir en el texto había un desfase de diez días, antes de 1700, y once días, después de ese año, entre Inglaterra, que todavía no había adoptado el calendario gregoriano, y el Continente: el 1 de marzo en Inglaterra era el 11 de marzo en el Continente, antes de 1700, y el 12 de marzo después de 1700 —Inglaterra adoptó el calendario gregoriano en 1752—. Hay que puntualizar, sin embargo, que no en toda la Europa continental estaba vigente el calendario gregoriano: en Hannover, donde residió Leibniz buena parte de su vida, el calendario gregoriano no se adoptó hasta 1700.

probar. Y no eran cualesquiera quienes discreparon o se opusieron a las teorías newtonianas sobre la luz y los colores: nada menos que Robert Hooke, que se consideraba la principal autoridad en óptica, o Christian Huygens, el líder de la ciencia europea. Westfall explicó así las consecuencias de la publicación y posterior crisis: «La polémica que siguió al documento nos dice más sobre Newton que sobre la óptica. Había permanecido encerrado, durante ocho años, en una titánica lucha con la verdad. Un genio como el de Newton exigía un precio. Ocho años de comidas sin probar y noches sin dormir, ocho años de éxtasis continuo, en los que se enfrentó directamente a la Verdad en terrenos a los que nunca antes había llegado el espíritu humano, terminaron por pasar su factura. El temor a que la estupidez le distrajera de las nuevas batallas que ya estaba librando en otros campos, significó la gota final. En 1672 Newton había vivido con su teoría durante seis años, y ahora le parecía obvia. Sin embargo, para todos los demás, parecía rechazar el sentido común y resultaba difícil de aceptar. Su incapacidad de reconocer la fuerza de sus demostraciones, condujo rápidamente a Newton a la distracción. Newton no estaba preparado para nada más que no fuese la inmediata aceptación de su teoría. La continua necesidad de defender y explicar lo que para él había quedado establecido, le llevó a una crisis personal» [Westfall, 1983: 239] —la traducción la he tomado de [Westfall, 1996: 107]—. La interpretación psicológica de F. Manuel convierte el reto de Newton como investigador —esa búsqueda de la *Verdad* a que hace referencia Westfall— en una cuestión religiosa; su interlocutor era Dios —identificado con la figura del padre ausente—: «la corrupción de un texto de las escrituras y el fallo de un experimento, o la ligereza en su interpretación no eran sólo una violación del método científico, sino pecados, como levantar falso testimonio. Tales mentiras eran en muchos aspectos el más negro de los crímenes porque violaban y ensuciaban la verdad de la creación de Dios» [Manuel, 1968: 55]; y también: «el error científico era asimilado al pecado, porque era la consecuencia de la pereza por su parte y una falta en su servicio a la Divinidad. Y, para Newton, un pecado no era un acto de fragilidad humana que podía ser olvidado, sino un signo de que el culpable estaba poseído por el mal» [Ibíd.: 141].

A los tres años de edad, Newton sufrió uno de los grandes traumas de su vida: fue separado de su madre, Mary Ayscough Newton, al casarse ésta con el clérigo Barnabás Smith de sesenta y tres años. La pareja se instaló en la rectoría de Smith, distante un par de kilómetros de la casa de los Newton, donde el niño Isaac quedó al cuidado de su abuela materna. La separación fue traumática y marcó la personalidad de Newton, haciéndolo extremadamente susceptible ante cualquier acto que pudiera interpretarse como desposeerlo de lo que le pertenecía, lo que cuadra a la perfección con las enconadas disputas sobre la prioridad que mantuvo a lo largo de su vida, en especial con Leibniz. Manuel describe las consecuencias de la separación de la madre del siguiente modo: «La madre de Newton es una figura central de su vida. [...] Ambos estuvieron unidos durante un período crucial, y su fijación por ella fue absoluta. El trauma de su marcha, la negación de su amor, generó angustia, agresividad y miedo. Después de la posesión total —no perturbada por ningún rival, ni siquiera un padre, como si hubiese sido un nacimiento virginal—, se la quitaron y fue abandonado. Algunos psicólogos señalan que la ansiedad producida por la separación es más intensa cuando ocurre entre los trece y los dieciocho meses; otros señalan un período más temprano. Puesto que Newton tenía ya treinta y siete meses cuando el segundo matrimonio de su madre, el período de daño más grave presumiblemente había pasado. Pero la proximidad del nuevo hogar de su madre pudo agravar más que mitigar la herida de la pérdida. El elegante campanario de la iglesia de North Witham destacaba alto y podía ser visto punzando el cielo desde millas a la redonda. Hannah estaba allí, a escasamente milla y media, con el reverendo Smith.[...] La pérdida de su madre por culpa de otro hombre fue un suceso traumático en la vida de Newton del que nunca se recuperaría. Y, en cualquier otro momento de su experiencia posterior, cuando fue confrontado por la posibilidad de que le robaran lo que era suyo, reaccionó con una violencia comparable con el terror y la angustia generada por esta primera y abrasiva privación. Consideró todos sus posteriores descubrimientos y dignidades adquiridas como parte de sí mismo y la mera amenaza de que le fueran arrebatadas lo sumía en la ansiedad» [Manuel, 1968, 25-26].

Su madre regresó a casa de los Newton, viuda de nuevo, en 1653. Traía consigo los tres vástagos habidos con el reverendo Smith durante sus siete años de unión, más unos pocos cientos de libros que Newton heredó de su padrastro; mayormente eran de teología y sin duda engendraron y alimentaron una afición que Newton cultivó durante toda su vida.

En uno de los cuadernos manuscritos de Newton se conserva una confesión retrospectiva de pecados cometidos antes de 1662 —tenía entonces veinte años—; los números trece y catorce dicen, respectivamente: «amenazando a mi padre y madre Smith con quemarlos dentro de su casa», «deseando la muerte y esperándola para alguien». Es muy posible que cuando en 1715 Newton escribió en el *Account,* «porque segundos inventores no tienen derechos», el fantasma del reverendo Smith, del *segundo* marido de su madre, rondara por su inconsciente.

Newton pasó algunos años en la escuela de Grantham, a unos ocho kilómetros de su casa, donde llegó cuando tenía doce años; allí estuvo viviendo en casa del farmacéutico, de cuya hijastra pudo enamorarse —según ella misma dio a entender cuando tenía ¡ochenta y dos años!— [Stukeley, 1936: 45-46]: si lo que con toda probabilidad fue el galanteo de un adolescente, mal adaptado a convivir con los otros niños de su sexo, puede llamarse un romance, éste fue el primero y el último que tuvo Newton con una mujer en toda su vida. En este sentido, como en tantos otros, Leibniz no fue tan puritano como Newton y se sabe que en cierta ocasión, cuando contaba cincuenta años pensó en casarse, aunque la agraciada se tomó más tiempo del debido en decidirse y para entonces la propuesta ya no era del interés de Leibniz.[6]

El joven Newton llegó finalmente a Cambridge a principios

6. La anécdota la contó Fontenelle, aunque proviene de Eckhart, secretario y primer biógrafo de Leibniz, y más de un matemático ha hecho alusión jocosa a ella cuando le llegó la hora del matrimonio; por ejemplo Lagrange, que escribió sobre su boda a D'Alembert: «No sé si he calculado bien o mal, o más bien creo no haber calculado nada, pues yo habría hecho como Leibniz, que a fuerza de reflexionar no pudo jamás decidirse. Como quiera que sea os confesaré que jamás he tenido gusto por el matrimonio, y que jamás me hubiera prometido si las circunstancias no me hubieran obligado» [Lagrange XIII, 1882: 100].

del verano de 1661, tras vencer, con la ayuda del hermano de su madre que había estudiado allí, las reticencias maternas. En Cambridge, Newton permaneció treinta y cinco años, en los que produjo toda su ciencia, aunque posiblemente la mayor parte de su tiempo la dedicara a otros estudios y menesteres: teología, historia bíblica y, sobre todo, alquimia. Porque, aunque Newton fue sin duda un genio, tuvo también una capacidad de trabajo mayúscula: y, desde luego, la ejerció durante toda su vida y, en particular, durante su estancia en Cambridge, donde no hizo otra cosa sino trabajar, trabajar y trabajar, olvidándose en ocasiones de comer o dormir, refugiado en la soledad de sus cuartos, concentrado unas veces en sus estudios de óptica, física y matemáticas con los que consiguió a la postre su impresionante contribución al corpus científico; y, a tenor del enorme volumen de sus manuscritos dedicados a esos temas, esforzándose las más de las veces por desentrañar, siempre con denuedo, el resultado de sus experimentos alquímicos, buscando razones y argumentos que le afianzaran en su fe arriana, siempre indagando, investigando la verdad o, puesto en los términos acaso más auténticos tratándose de Newton, manteniendo un perenne diálogo con Dios Padre. Este esfuerzo continuo, este trabajar sin parar —que tan acertadamente recoge Westfall en el título de su biografía de Newton: *Never at rest*—, aparece claramente reflejado en los manuscritos de Newton; «sus manuscritos muestran», apuntó Westfall, «que cometió errores —y aprendió de ellos—, que tomó caminos falsos, y que falló en comprender inmediatamente las implicaciones de sus propias ideas. Esto es, los manuscritos revelan un proceso humano que es comprensible en una forma que los destellos de genialidad no lo son» [Westfall, 1980: 116].

Para poner de manifiesto la diferencia que hay entre esos supuestos destellos geniales por los que un descubrimiento se pone de manifiesto, sin ayuda de nadie, en apenas el tiempo que tarda una manzana en caer del árbol —la visión simplista del genio que a menudo se asocia con Newton—, y el proceso arduo, esforzado y prolongado en el tiempo que supone concebir un germen de idea, depurarla, delimitar lo esencial de ella de lo que es ganga o incluso error, encajarla con otras ideas, hasta llegar a parir, trabajosamente, no sin dolor y a menudo ayudado

por lo que otros han descubierto o investigado antes, lo que propiamente es ya un descubrimiento —la visión real de lo que Newton hizo—, nos vamos a fijar en el proceso que llevó a Newton a realizar uno de sus mayores descubrimientos científicos, la teoría de la gravitación, y a componer su obra cumbre: los *Principia*. No dejaré sin embargo de recordar aquí otra vez la tendencia que Newton tuvo, sobre todo en los últimos años de su vida, a resaltar su faceta de genio visionario frente a la más prosaica, aunque más real, de trabajador incansable; ahí está la historia de la manzana ya mencionada, o esta otra cita sobre cómo había hecho sus descubrimientos: «Mantenía el problema constantemente ante mí, y esperaba hasta que los primeros albores se convertían lentamente, poco a poco, en plena y clara luz» [Manuel, 1968: 86].[7]

Dejando a un lado los planteamientos mecanicistas de Descartes y su teoría de vórtices, presentes cualitativamente después en los estudios de Huygens sobre la fuerza centrífuga —que se alejan en demasía del propósito de este libro—, me centraré brevemente en el estado de la cuestión en Inglaterra en los años previos a la entrada en escena de Newton. Allí, la figura principal fue Robert Hooke, que acabaría siendo uno de los grandes enemigos de Newton. Hooke, partiendo del principio fundamental de inercia rectilínea de Descartes, sustituyó las fuerza centrífuga y de gravedad por el único principio de atracción como causante del cambio de la trayectoria recta inercial. En 1670 expuso sus ideas en una conferencia pronunciada en la *Royal Society* —de la que fue secretario desde 1677 hasta 1703—. Se pueden sintetizar del siguiente modo: (1) todos los cuerpos celestes tienen una atracción o gravitación hacia su centro y atraen a todos los demás cuerpos celestes que estén bajo su radio de acción; (2) los cuerpos se mueven en línea recta salvo que se vean afectados por una fuerza que les obligue a describir otras trayectorias curvas, tales como círculos, elipses o cualquier otra curva más complicada; y (3) la atracción de las fuerzas atractivas disminuye a medida que la distancia aumenta

7. En otras ocasiones fue más realista. En una carta a Bentley fechada el 10 de diciembre de 1692 escribió que debía los *Principia* sólo «a la laboriosidad y al pensamiento paciente» [NC III, 1961: 233].

según una ley que, en esos momentos, desconoce; algunos años después, por analogía entre gravedad y luz, Hooke estableció que dicha atracción es proporcional al cuadrado de la distancia.

Así estaban las cosas, cuando a principios de la década de 1680 Hooke se alió con Christopher Wren, célebre arquitecto y profesor de astronomía en Oxford, y con el joven astrónomo Edmund Halley para dar respuesta a la pregunta que surgió naturalmente del planteamiento de fuerzas centrales de Hooke: ¿qué tipo de órbita seguirá un planeta sobre el que actúe una fuerza atractiva central inversamente proporcional al cuadrado de la distancia? De los tres, quien tuvo la idea más brillante para dar con la solución del problema fue Halley: se le ocurrió que lo mejor sería preguntarle a Newton.

La visita se produjo en agosto de 1684; del contenido de ésta sabemos lo que Newton contó a Abraham de Moivre; el francés, inglés de adopción por razones religiosas, lo relató posteriormente así: «El Dr. Halley le preguntó cuál pensaba que podría ser la curva que describiera el movimiento de los planetas suponiendo que la fuerza de atracción hacia el Sol fuera inversamente proporcional al cuadrado de sus distancias. Sir Isaac respondió de inmediato que serían elipses. El doctor dio muestras de gran alegría y, sorprendido, le preguntó que cómo lo sabía. Porque lo he calculado, respondió Newton; después de lo cual el Dr. Halley le pidió que sin retraso le mostrara sus cálculos. Sir Isaac buscó entre sus papeles aunque no encontró los cálculos, pero prometió rehacerlos de nuevo y entonces enviárselos».

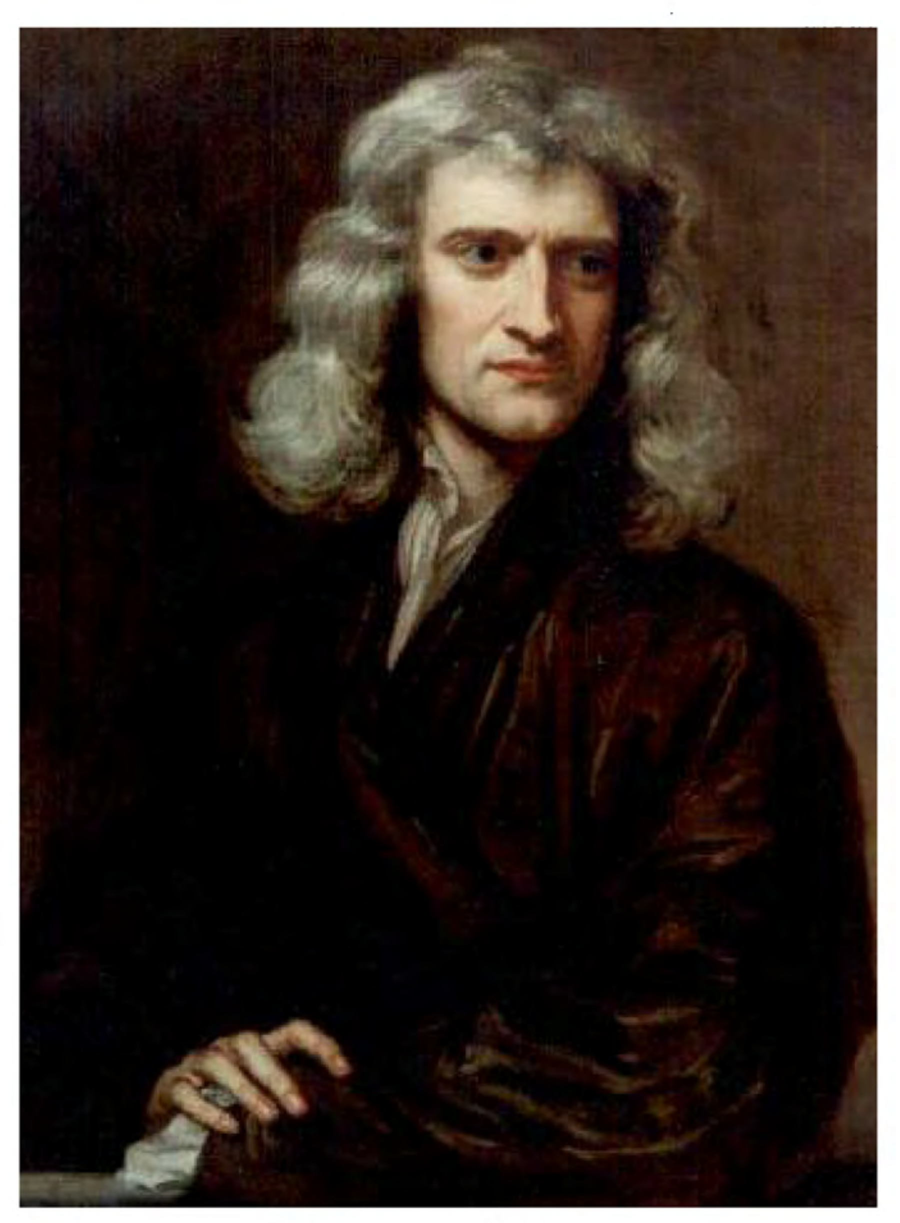
Pero retrocedamos a los *anni mirabiles* de Newton —los cerca de veinte meses entre 1665 y 1666 que Newton pasó en su casa natal de Woolsthorpe al cerrar Cambridge debido a una epidemia de peste—,[8] cuando por primera vez trabajó sobre el problema y tuvo lugar la escena de la manzana. En aquella época, Newton se planteó el problema del movimiento planetario dentro de la teoría de vórtices cartesiana —la había estudiado por su cuenta en los años anteriores de formación en Cambridge— y, por tanto, partiendo como Huygens de una ley de

8. Sobre lo que hay de mito en esto de los *anni mirabiles* de Newton puede leerse [Whiteside, 1966] o [Westfall, 1980].

inercia rectilínea y el par gravedad-fuerza centrífuga para modificar las trayectorias rectas. Combinándolo con la tercera ley de Kepler consiguió encontrar que las fuerzas centrífugas generadas por los planetas variaban inversamente al cuadrado de sus distancias al Sol —asumiendo que se movieran en órbitas circulares—. Sin duda ya sospechaba entonces que la misma gravedad que hace caer a una manzana es la que mantiene a la Luna orbitando alrededor de la Tierra, pero de ahí a tener listo el descubrimiento va un universo de esfuerzos, desvelos y trabajo intenso; de hecho trató inicialmente de comparar la aceleración producida por la fuerza centrífuga que hace mover a la Luna, con la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre: aunque la hipótesis era correcta, la abandonó pues los cálculos no le cuadraron —usó valores poco precisos para el radio de la Tierra; también desconocía en aquellos momentos que las distancias había que medirlas desde los centros.

Newton no continuó sus estudios sobre el problema planetario hasta diez años después. Pudo influir la carta que recibió de Hooke en 1676, en la que se le pedía su opinión sobre la hipótesis de considerar el movimiento planetario consecuencia de la ley de inercia rectilínea y una fuerza de atracción dirigida al centro de la órbita: la fuerza centrípeta, como la bautizaría luego Newton, que sustituiría al par fuerza centrífuga-gravedad. Esta consulta de Hooke provocó que Newton retomara de nuevo el problema planetario y, también, generó a la postre un colosal enfrentamiento entre Hooke y Newton, al acusarle aquél de plagio mientras éste redactaba los *Principia* —como se dijo, ya habían protagonizado una violenta disputa en 1672 a cuenta de la publicación en las *Philosophical Transactions* de un trabajo de Newton sobre la naturaleza de la luz—. De resultas de su nueva dedicación al problema encontró que las dos primera leyes de Kepler implican fuerzas de atracción inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia. Éstos son los cálculos a los que se refirió durante la visita de Halley.

Retomemos ahora el curso de los acontecimientos desatados por esta visita. Newton, que no había perdido sus cálculos, los revisó, los completó y, en noviembre de 1684, envió a Halley un pequeño tratado de nueve páginas de título *De motu corporum in gyrum*: allí se esbozaba una demostración de que la tra-



Isaac Newston a los 46 años.

yectoria que genera una fuerza de atracción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia es una cónica que, ante velocidades por debajo de cierto límite, es, en efecto, una elipse —incluía también el resultado recíproco que, como se acaba de decir, había descubierto a raíz de la carta de Hooke.

La insistencia de Halley y el genio y la abrumadora capacidad de trabajo de Newton convirtieron en dos años y medio el *De motu* en los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.* Presentado el manuscrito a la *Royal Society* ésta decidió «que los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Mr. Newton sean publicados sin tardanza en edición en cuarto de caracteres legibles». La edición, sin embargo, tuvo que costearla Halley de su bolsillo: todo un varapalo para la penuria económica por la que en aquellos años pasaba el joven ayudante de la *Royal Society.*

Los *Principia* están divididos en tres libros, además de unos preliminares donde, entre otras cosas, se enuncian las tres leyes newtonianas de la física. Es en el tercero, *El sistema del mundo,* donde se deducen los movimientos de los cuerpos celestes. Allí se identifica la fuerza centrípeta, que mantiene a los planetas en órbitas elípticas, con la gravedad, en consecuencia: la fuerza que retiene a la Luna en su órbita es igual a la que hace caer a los cuerpos pesados en la superficie de la Tierra. La gravedad es, además, universal: todos los cuerpos del universo se atraen unos a otros y lo hacen de forma proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de sus distancias. Puesto que esta ley implica las del movimiento planetario kepleriano, se deduce que también los satélites las cumplen en su movimiento en torno a los planetas, y los cometas en relación al Sol, con las perturbaciones ocasionadas por la universalidad de la atracción gravitatoria y que Newton estudió en el caso de la Luna: «aprendimos al fin», escribe Halley en la oda a Newton con que se abre la primera edición de los *Principia,* «por qué la Luna pareció en otro tiempo viajar con pasos desiguales, como negándose, burlona, a someter a números su andadura, hasta hoy misteriosa para todo astrónomo». Diversas cuestiones más fueron tratadas en *El sistema del mundo,* entre las que se pueden citar la teoría de las mareas como efecto de la atracción gravitatoria del Sol y la Luna sobre las aguas, o la for-

ma de los planetas, necesariamente achatados por los polos —achatamiento que determina la duración de su rotación diaria—, cuya comprobación propició las expediciones francesas en las primeras décadas del siglo XVIII a Laponia y Perú para medir un arco de meridiano, y supuso el triunfo definitivo del sistema newtoniano sobre el cartesiano.

Isaac Newton es uno de los más, si no el que más, célebres y celebrados científicos de cuantos ha visto la historia. Aunque a menudo suele pasarse por alto es, de todos ellos, quien más debe su bien ganada fama de científico a su capacidad y creatividad matemáticas: fue su habilidad como matemático, y los descubrimientos que ésta posibilitó, la que, en buena medida, le permitieron marcar diferencias con otros científicos contemporáneos, sobre todo en la elaboración de su obra cumbre: los *Principia*. O dicho de otra forma, Newton descubrió el *sistema del mundo*, lo que según el acertado dicho de Lagrange lo convirtió en el más afortunado de los científicos porque sólo hay un sistema del mundo por descubrir: y fue precisamente la ventaja de Newton sobre sus contemporáneos en el dominio de las matemáticas, la que le permitió afianzar ese descubrimiento. En palabras de Westfall: «Las matemáticas fueron, sobre todo lo demás, la primera gran pasión intelectual de Newton. De las matemáticas aprendió criterios de rigor que le sirvieron durante el resto de su peregrinaje intelectual. Newton iba a viajar por muchos extraños océanos del pensamiento, singladuras de las que más de un aventurero del siglo XVII no regresó. Si Newton no sólo regresó, sino que volvió a casa portando beneficios, quizá fuera porque la dura disciplina de las matemáticas hizo su singladura bastante diferente» [Westfall, 1980: 121]. Porque para aquellos que piensen que Newton fue exclusivamente un físico —filósofo natural, sería mejor decir— o, en todo caso, un matemático aplicado, conviene recordar lo que al efecto escribió Whiteside: «Nunca se debe olvidar que las matemáticas tuvieron para Newton, antes y más allá de su lugar como caja de herramientas de la verdad, una belleza interior y un vigor independientes de todas las motivaciones externas y aplicaciones. Para los que son insensibles a la elegancia y potencia de las matemáticas como disciplina intelectual en su propio derecho, ahí tenéis a un matemático "puro", con el sentido de la vieja frase,

a veces completamente absorto en su torre de marfil de Cambridge elaborando teoremas y propiedades y algoritmos y construcciones elegantes por su propio sabor; y cuán magníficamente practicó su talento y habilidad. En su día, no hubo en el mundo matemático más dotado, ni más ampliamente versado; ninguno más apto en álgebra, más diestro en geometría, más habilidoso ni sabio en las sutilezas de la variación infinitesimal» [Whiteside, 1982: 120-121].

Newton fue siempre muy remiso a agradecer a otros ningún tipo de inspiración o motivación para sus descubrimientos —por más que luego exigiera a los otros el correspondiente reconocimiento de lo que a él presuntamente le debían: el *Account* es, en sí, un continuo recordatorio en este sentido, a la vez que exigencia, a Leibniz—. No es infrecuente, paradojas de la vida, encontrar atribuida a Newton la célebre frase «Si he llegado a ver más lejos que otros es porque me subí a hombros de gigantes», como agradecimiento y reconocimiento de lo que aprendió de otros. La frase la envió Newton a Hooke en un intercambio epistolar habido en 1676 que permitió distender, al menos formalmente, la disputa mantenida entre ambos sobre la naturaleza de la luz y los colores, aunque se puede rastrear atrás hasta Juan de Salisbury (s. XII), quien en su *Metalogicon* (1159) citando a Bernardo de Chartres escribió: «Somos como enanos sentados sobre los hombros de gigantes para ver más cosas que ellos y ver más lejos, no porque nuestra visión sea más aguda o nuestra estatura mayor, sino porque podemos elevarnos más alto gracias a su estatura de gigantes» [Crombie I, 1985: 39]. La frase puede ser interpretada, inicialmente, como una muestra de agradecimiento de Newton hacia Hooke, a cuyos hombros Newton figuradamente se había encaramado para ver más lejos; aunque la frase admite también otra interpretación más retorcida debida a F. Manuel. La interpretación de Manuel toma como base el hecho de que Robert Hooke era de baja estatura y algo jorobado; es la siguiente: «Newton replicó el 5 de febrero de 1676 con una gastada imagen frecuentemente citada en la pelea literaria entre los antiguos y los modernos sobre la idea de progreso, una imagen que se remonta al menos hasta Juan de Salisbury y ha sido a menudo citada, en nombre de Newton, fuera de contexto como prueba de su generosa apreciación al

trabajo de sus predecesores. *Si he llegado a ver más lejos es porque me subí a hombros de gigantes.* Puesta donde corresponde, en la atmósfera psicológica de su correspondencia de 1676, el tributo tiene un significado bastante más complicado, incluso ambiguo; es una espada de doble filo. [...] La imagen de un enano —no mencionado explícitamente— subido a hombros de un gigante suena como una abrupta salida de tono, hasta que uno se da cuenta de que hay, por parte de Newton, algo malicioso en la aplicación a su relación con Hooke de este vulgarizado símil. A primera vista parece como si Newton estuviera llamando a Hooke un gigante y sugiriendo que él es meramente un enano en comparación; pero la hipérbole iba, después de todo, dirigida a un hombre de baja estatura y *jorobado*, y hay aquí un tono de burla, consciente o inconsciente, como cuando se llama flaco a un hombre gordo y así se resalta su obesidad» [Manuel, 1968: 145-146]. Westfall no comparte la interpretación de Manuel, porque Newton no era tan esquinado en sus ataques: «cuando atacaba, agachaba la cabeza y cargaba» [Westfall, 1983: 274, n. 106]. Otra muestra de la repugnancia que Newton sentía a menudo cada vez que tenía que reconocer lo que había aprendido de otros la encontramos en su relación con Descartes. De él aprendió la geometría analítica que tan fundamental fue en el descubrimiento del cálculo. A pesar de todo lo que había aprendido de él, Newton acabó profesando un profundo odio intelectual al sabio francés, así en una relectura que Newton hizo hacia 1680 de la *Géométrie* de Descartes, fue llenando los márgenes del libro con comentarios tales como «lo desapruebo», «error» y «no es geometría»; incluso llegó a escribir un artículo titulado *Errors in Descartes' Geometry.* Acabó, de hecho, aludiendo a la geometría analítica como «el lenguaje de los chapuceros en matemáticas» [Westfall, 1983: 379-380]. Incluso cuando en 1684 Newton redactaba su *Specimens of a universal system of mathematics*, llegó a dejar en su manuscrito un hueco en blanco donde debía de ir el nombre de Descartes, como si quisiera obligarse a olvidar lo mucho que de él había aprendido: «Sobre estos asuntos reflexioné hace diecinueve años, comparando entre sí los descubrimientos de y Hudde» [Newton IV, 1971: 570 y n. 133].

Leibniz, que también debía lo suyo a Descartes, llegó a ser tan anticartesiano como Newton, aunque a su manera, esto es, crítico severo aunque menos visceral y resentido. Los desencuentros de Leibniz con el francés se remontan a su último año de estancia en París (1676) cuando dio comienzo un proceso que enmendó la mecánica cartesiana convirtiéndola en dinámica leibniziana al sustituir la conservación del movimiento por el principio básico de la energía cinética. Pero ahora conviene aludir, aunque sea brevemente, a la infancia de Leibniz; una infancia que no fue tan *rica* en traumas como la de Newton. Leibniz sí conoció a su padre, profesor de moral de la Universidad de Leipzig y también jurista; la madre de Leibniz fue su tercera esposa. El padre murió en 1652 cuando Leibniz tenía seis años de edad. Le dejó una buena biblioteca, a la que Leibniz sólo tuvo acceso cuando cumplió ocho años y que sirvió al precoz niño para formarse, aunque también asistió a la escuela. En 1661 ingresó en la Universidad de Leipzig como estudiante de leyes. En 1666 intentó doctorarse aunque fue rechazado por su excesiva juventud —o bien por la enemistad de la mujer del decano de Derecho, como en otras ocasiones contó Leibniz [Aiton, 1992: 46]—. Pasó entonces a la Universidad de Altdorf en Nuremberg, donde sí pudo hacerlo con un trabajo sobre algunos casos difíciles en derecho. En Altdorf le ofrecieron un puesto en la universidad que Leibniz rehusó; Leibniz nunca se mostró muy entusiasmado con las universidades de su época —tal vez con razón—, apostando por crear instituciones alternativas para el desarrollo de la ciencia y el pensamiento, ya fueran revistas para su difusión —léase las *Acta Eruditorum*, que ayudó a crear en su Leipzig natal—, ya fueran sociedades o academias científicas, como la de Berlín, de la que fue presidente desde su creación en 1700, o la de San Petersburgo, cuya creación, poco tiempo después de la muerte de Leibniz, debe mucho sin duda a los consejos del alemán al zar Pedro I.

Posiblemente en Nuremberg en 1667 Leibniz conoció a su primer protector, el barón Johann C. von Boineburg, que lo hizo entrar al servicio del elector de Maguncia. Esto le permitiría, a la postre, visitar París en 1672, donde fue comisionado para proponer a la corte francesa de Luis XIV una alianza para atacar Egipto, con tal de que Francia renunciara al asedio de

Holanda; aunque esta versión militar de la unión de las iglesias contra el infiel, bien pudo servir de tapadera para otra misión mucho más pedestre: a su protector Von Boineburg le debían unas rentas y una pensión en Francia, asunto sobre el cual Leibniz debía también indagar [Aiton, 1992: 67]. Sea por una razón o por otra, allí permaneció hasta octubre de 1676; la visita fue fundamental para su formación, sobre todo científica y, desde luego, matemática, porque fue en los últimos meses en París cuando descubrió el cálculo infinitesimal; del tiempo que Leibniz pasó en París no daré aquí muchos más detalles dado que esto se tratará en la sección siguiente.

Cuando Leibniz volvió a Alemania, ya no lo hizo al servicio del elector de Maguncia, pues la muerte a finales de 1672 de Von Boineburg y pocos meses después la del propio elector —muerte que encontró a Leibniz de visita diplomática en Londres para proponer también allí la alianza contra el turco— lo dejaron poco menos que en el paro. Lo mejor que pudo encontrar fue un puesto de bibliotecario al servicio del elector de Hannover que, para su pesar, le exigía residir en la capital de la Baja Sajonia, muy lejos de París, que por entonces era el centro cultural, científico y filosófico de Europa.

Los Brunswick de Hannover se convertirían así en los patronos de Leibniz para el resto de su vida, aunque su carrera en la casa de Hannover no fuera todo lo próspera que a él le hubiera gustado. En 1678 además de bibliotecario pasó a ser también consejero privado, y en 1685, historiador de la familia. Aunque el rango de actividades que desarrolló para sus patronos fue mucho más vasto: asesoró en cuestiones educativas, ejerció de ingeniero y geólogo en las minas del Harz, donde diseñó molinos de viento para drenar las minas —lo que le causó más de un disgusto y quebranto económico, pues los molinos nunca llegaron a funcionar bien y Leibniz tuvo que sufragar parte de la inversión; parte del dinero que el drenaje con molinos de viento iba a generar, y nunca generó, se iba a dedicar a la creación de una academia para el desarrollo de la *Characteristica universalis* que obvia decir nunca se fundó—, prensas hidráulicas, relojes y otros artilugios mecánicos —no se olvide su máquina de calcular—. Aunque tal vez su mayor logro para los Brunswick lo alcanzó como historiador: indagando sin descan-

so en viejos manuscritos de monasterios bávaros y palacios italianos —e, incluso, en los epitafios de tumbas perdidas en ignotos cementerios carmelitas— logró demostrar que sus patronos estaban emparentados con la Casa de Este, una rancia familia de príncipes originarios de Módena. Las investigaciones permitieron a la postre a los Brunswick reclamar y conseguir un nuevo electorado en Alemania —el noveno—. Aunque Leibniz llevó el ejercicio de la historia a unas cotas de profundidad y lucidez sorprendentes, pues no sólo historió la saga de los Hannover, sino que trató de hacer toda una historia de la Tierra que considerara —otro rasgo de universalidad— aspectos tan variados como sucesos geológicos o registros fósiles y que indagara en las migraciones de los pueblos estudiando las diferencias y analogías de las diferentes lenguas. Como tantas otras empresas colosales, nunca llegó a concretar esta auténtica historia universal, cuyos logros e ideas quedaron desperdigados en el océano de sus manuscritos y cartas. No deja de ser jugosa la comparación entre el tipo de historia que hizo Newton con la que le tocó en suerte hacer a Leibniz, más cuando se extiende la comparación a las circunstancias en las que ambos trabajaron; qué diferente la solitaria indagación de Newton sobre los viejos reinos bíblicos buscando un conocimiento más profundo de la obra de Dios Padre, viviendo mientras en Cambridge una *regalada* vida quasi monacal o, después en Londres, disfrutando de posición y poder, del ajetreado periplo de Leibniz —tres años viajando por el sur de Alemania, Austria e Italia, más otras innumerables idas y venidas menores entre Berlín, Hannover, Wolfenbüttel o Viena— por archivos y bibliotecas rastreando los antepasados de sus patronos, patronos estos que se volvían a menudo quisquillosos si notaban que su árbol genealógico no crecía todo lo que ellos deseaban por faltarle el abono del trabajo de su subordinado.

La relación de Leibniz con los Hannover fue buena hasta que tras la muerte de Ernesto Augusto en 1698 tuvo que lidiar con su sucesor —e hijo— Jorge Luis. El futuro rey Jorge I de Inglaterra nunca congenió con Leibniz, a pesar de las magníficas relaciones que el filósofo mantenía con la madre y la hermana del elector, la duquesa Carlota y la princesa Sofía Carlota. El elector no apreciaba la calidad intelectual de Leibniz, y sólo pa-



Gottfried Leibniz (litografía).

recía importarle que los estudios históricos sobre su Casa no progresaran lo suficiente. Añádase a esto que nunca encontraba a Leibniz cuando lo buscaba, porque éste aprovechaba cualquier excusa para alejarse de Hannover: que si a Berlín para atender los asuntos de la Academia de Ciencias, que si a Viena para atender al emperador —fue nombrado consejero áulico del Sacro Imperio Romano Germánico con efectos desde enero de 1712—, que si a ver al zar Pedro el Grande de Rusia aprovechando que pasaba por allí —fue consejero privado suyo desde 1711, en especial para la promoción de las matemáticas y la ciencia en Rusia y la reforma del derecho y la administración—, que si cumplimentar a otros príncipes o princesas, electores o electoras, de los que una Alemania fragmentada en mil reinos, obispados-principados, ciudades-estados y estados no andaba escasa. Por más que Jorge de Hannover no apreciara la joya intelectual que lucía su Casa, tuvo que sentir ciertos celos del trajín a que la sometían sus vecinos y tuvo que martirizarle, sobre todo, que Leibniz aprovechara cualquier pretexto para abandonar la historia de los Brunswick y dedicar sus esfuerzos intelectuales a cualquiera de las otras múltiples tareas en las que se afanaba, ya fuera la redacción de sus últimas obras filosóficas o su obsesión por la China. Esta obsesión por China, que hoy pasaría por cosa habitual, no deja de ser extraña en la época de Leibniz y es otra muestra de su curiosidad universal: a Leibniz le parecía muy sugerente la escritura china y la veía emparentada con su *Characteristica universalis;* su obsesión llegó al extremo de aconsejar el envío de misiones protestantes a la China, expresando la opinión de que convertir a su emperador al protestantismo habría sido más importante que ganar cien batallas [Aiton, 1992: 292].[9]

El sistema filosófico de Leibniz quedó apuntalado en un puñado de obras —tal vez no muchas para las que podrían haber sido— de entre las que cabe citar, *Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas* —un breve artículo publicado en las *Acta Eruditorum* en 1684—, *Discurso de metafísica*

9. Por aquella época, los jesuitas tenían cierta influencia sobre el emperador chino que, por ejemplo, recibía de ellos —junto con algunos miembros de su familia— clases de matemáticas y astronomía.

(1686), *Ensayos de teodicea sobre la bondad de Dios, la libertad del hombre y el origen del mal* (1710) o *Monadología* (1714), aunque buena parte de su industria metafísica y filosófica —lo mejor de ella en opinión de Bertrand Russell— no encontró acomodo en sus libros, quedando dispersa por su ingente producción epistolar. Su filosofía se basaba en un complejo entramado de principios, unos son relativos a la realidad: el de la armonía preestablecida, el de plenitud, el de continuidad, el de la identidad de los indiscernibles; mientras que otros se aplican a la forma de entender la realidad: el de no contradicción o el de razón suficiente —sin pretender que ambas listas sean exhaustivas ni su separación estricta—. No es, desde luego, el propósito de este libro bucear en las inmensidades de la producción filosófica de Leibniz pero sería también imperdonable pasar por ella sin detenerme al menos un párrafo para tratar de mostrar aunque sea un ejemplo de esa uniformidad suya tan característica y aparentemente imposible, o al menos no exenta de contradicción, en un sistema tan variado y extenso. Fijémonos pues en el principio de continuidad; no pasará desapercibido al lector que tal principio resulta algo extraño en el padre de la mónada: *una sustancia simple que forma parte de los compuestos; simple, es decir, sin partes.* O en quien pensaba la extensión de una recta como compuesta por partes irreducibles de longitud infinitesimal. Extraño, incluso contradictorio podría pensarse, pero muy fructífero pues fue ese principio de continuidad el que le permitió a Leibniz, como explicó en su *Historia et origo,* pasar de las sucesiones de números a las sucesiones de infinitésimos que conforman un continuo, que es tanto como decir pasar de las diferencias al cálculo diferencial. Como señaló Ferrater Mora: «El principio de continuidad es un principio universal en el que se hace patente la armonía entre lo físico y lo geométrico. Es un principio según el cual todo en el universo está relacionado "en virtud de razones metafísicas", y ello no sólo en un presente, sino a través de la duración, ya que el presente se halla siempre grávido de futuro. El principio de continuidad hace posible dar razón de cualquier realidad y de cualquier acontecimiento, ya que sin tal principio habría que concluir que hay hiatos en la Naturaleza, cosa que sería incompatible con el principio de razón suficiente» [Ferrater, 2001:

2092]. El principio de razón suficiente establece a su vez que «no puede hallarse ningún hecho verdadero o existente [...] sin que asista una razón suficiente para que sea así y no de otro modo» [Leibniz, 1981: 103], razón esta entendida como motivo y no como necesidad lógica. El principio de razón suficiente permitía ir desenredando la madeja de las razones para encontrar al otro extremo la razón primera y fuente de la armonía preestablecida, esto es, a Dios —Leibniz tuvo bastante afición a las demostraciones, más o menos lógicas, de la existencia de Dios—. La cohesión y universalidad de la fábrica intelectual leibniziana la volvemos a encontrar en una aplicación del principio de continuidad al flujo de las migraciones humanas: si admitimos que la continuidad se da en el desarrollo del lenguaje humano, razonaba Leibniz, una discontinuidad en la lengua indica una migración.

Newton cambió Cambridge por Londres en 1696 para incorporarse a la Casa de la Moneda inglesa, primero como *Warden* y después (1699) como responsable máximo: *Master*. Es célebre la maliciosa interpretación que hizo Voltaire de este nombramiento: «Pensaba en mi juventud», escribió en sus *Cartas filosóficas*, «que Newton debía su fortuna a sus enormes méritos. Había supuesto que la Corte y la ciudad de Londres le habían nombrado gran maestre del reino por aclamación. Nada de eso. Isaac Newton tenía una encantadora sobrina, Madame Conduitt; ella le gustaba mucho al Canciller de Hacienda, Halifax. El cálculo infinitesimal y la gravitación le habrían servido de poco sin su bonita sobrina». Voltaire o exageró el chisme o no estuvo bien informado del todo, porque cuando Newton fue nombrado *Warden* su sobrina contaba diecisiete años y es posible que lord Halifax nunca la hubiera visto; aunque sí es verdad que existió después una fuerte relación afectiva entre ellos hasta el punto de que cuando Halifax murió en 1714, la sobrina de Newton heredó de él una verdadera fortuna «en señal», escribió Halifax en su testamento, «del sincero amor, afecto y estima que durante tanto tiempo he recibido de su persona y como una pequeña recompensa por el placer y la felicidad que de su conversación he recibido» [Westfall, 1983: 599]. Newton fue un

gran y severo *Master* del *Mint,* volcando en la institución toda su brillantez intelectual, su enorme capacidad de trabajo y, sin duda, su ya larga e intensa experiencia como alquimista; y para desgracia de más de un acuñador de moneda falsa que acabó ahorcado tras la implacable persecución a la que Newton los sometió.

Pocos años después de su entrada en el Tesoro, le llegaron a Newton más reconocimientos científicos y sociales: en 1703 fue nombrado presidente de la *Royal Society* —presidencia que ejerció con ribetes absolutistas— y en 1705, en el *Trinity College* de Cambridge la reina Ana le nombró *sir.*

No quedaría completo el perfil humano de Newton y Leibniz si no incluyera aquí algunos apuntes sobre la forma que tuvieron de relacionarse con los demás. No hay mucho que añadir en lo referente a Leibniz, cuyo trato afable y encantador, del que mayormente hizo gala a lo largo de su vida, le permitió granjearse amistades y cultivar relaciones a todo lo largo y ancho de Europa. Y no es que no tuviera enemigos, ni protagonizara disputas, ni su conducta en ocasiones estuviera exenta de honestidad, pero su personalidad nunca mostró la complejidad psicológica de la de Newton, acaso la responsable de que éste fuera una persona de trato difícil —aunque en sus últimas décadas en Londres Newton tuvo cierta fama de buen anfitrión: claro que esto bien podía deberse a que las visitas quedaban encantadas con su sobrina—. Tal vez por eso en su juventud —pongamos las décadas de 1660 y 1670—, Newton tuvo más facilidad de trato con hombres mayores que él —por ejemplo, Henry More, nacido en 1614, John Wallis, en 1616, John Collins, en 1624, Henry Oldenburg, en 1626, Isaac Barrow, en 1630, Christopher Wren, en 1632; recuérdese que Newton nació en 1642— que con sus contemporáneos —de los que prácticamente se desconoce otro nombre que no sea el de John Wickins—; claro que su extremo puritanismo le hacía complicado mantener amistades: rompió su trato con John Vigani, un italiano que enseñaba química en Cambridge, porque «contó una historia licenciosa sobre una monja» [Westfall, 1983: 192]. Apréciese que los científicos con quienes mantuvo las más enconadas disputas eran todos de su generación: Robert Hooke, nacido en 1635, Leibniz, en 1645, y John Flamsteed, en 1646.

Aunque estos enfrentamientos tuvieron carácter diferente, sobre todo los mantenidos con Hooke y Leibniz —por cuestiones de prioridad en el descubrimiento y acusaciones de plagio— frente al habido con Flamsteed —una buena muestra de la forma abusiva y absolutista con que Newton, a menudo, procedió en el período final de su vida, una vez alcanzó honores y reconocimiento—, la crudeza y crueldad fueron características comunes de todos ellos. Estos rasgos quedarán bien retratados en las secciones siguientes de este estudio preliminar, en particular y por razones obvias, para la disputa mantenida con Leibniz, pero conviene aquí adelantar algo de esto reproduciendo un párrafo de F. Manuel sobre la pelea que mantuvo Newton con Hooke: «Cuando dos figuras poderosas se desafiaban en las pequeñas y estrechas sociedades científicas del siglo XVII, el choque resonaba. No había sitio en la cima de la *Royal Society* para Hooke y Newton juntos. En un sentido casi animal, uno y sólo uno de ellos podía ser el campeón del conocimiento. Newton fue un intruso en el reino donde Hooke había sido una vez rey supremo, y cuando la nueva estrella brilló, Hooke perdió poder y estatus. Peleó por su posición, despreciando los logros del recién llegado, acusándolo reiteradamente de plagio, aferrándose tenazmente a su puesto hasta su muerte en 1703 —hacia el final mera piel y huesos—. Fue sólo entonces cuando Newton asumió la presidencia de la Sociedad convirtiéndose en el incontestado líder de la grey» [Manuel, 1968: 159].

Por el contrario, Newton en su período de madurez —pongamos a partir de 1680— los *prefirió* jóvenes: Abraham de Moivre, nacido en 1667, Fatio de Duillier, en 1664, David Gregory, en 1659, y Edmund Halley, en 1656. Frank Manuel hace una interesante lectura freudiana de este gusto por la gente joven y con talento: «Newton primero se identificaba a sí mismo con su madre y se tornaba así en el objeto sexual; entonces encontraba que los jóvenes se asemejaban a él y los quería tal y como hubiera querido que su madre lo quisiera a él» [Manuel, 1968: 195] —véase también [Manuel; 1968: 99-100 y 272-273]; en esas últimas páginas citadas se da cumplida referencia de cómo Newton *fue colocando* a todos sus protegidos por las cátedras de las universidades británicas.

De todos ellos merece destacarse, por el papel que tuvo en

la polémica con Leibniz y por lo que significó para Newton, a Nicolás Fatio de Duillier. Nacido en Basilea en 1664, su primera pasión fue la astronomía y, de hecho, estuvo estudiando con Cassini en el Observatorio de París durante un tiempo. Al no encontrar un puesto en la *Académie Royale des Sciences* de París, marchó a Holanda, donde en 1686 entró en contacto con Huygens que le recomendó estudiar matemáticas. Hacia 1687, ya en Inglaterra, Fatio pudo tener lista su propia versión del cálculo infinitesimal, si bien no tan sofisticada como las de Newton y Leibniz. Fatio llegó a Inglaterra en la primavera de 1687, justo en las vísperas de la publicación de los *Principia*, que ya habían levantado allí gran expectación en los ambientes científicos [Hall, 1980: 102-103]. Fatio cayó enseguida bajo el influjo científico de la nueva filosofía natural emanada de los *Principia*, a la vez que manifestaba una fuerte atracción personal por el autor: atracción mutua que Newton también sintió por Fatio. Se pudieron conocer en 1689; de ese año son las primeras cartas que Newton envió a Fatio. Prácticamente todos los estudiosos de Newton coinciden en la singularidad del tono empleado por Newton en esas cartas: el afecto y calor humanos que las impregnan no se encuentran en ninguna otra parte de su correspondencia. La amistad entre Fatio y Newton llegó a su clímax hacia finales de 1692 y principios de 1693, cuando Newton, tras sufrir Fatio unas fiebres que casi le cuestan la vida —o, al menos, eso le escribió Fatio a Newton en septiembre de 1692 [NC III, 1961: 229-230]; véase también la réplica de Newton: corta pero llena de preocupación y dolor por la enfermedad del amigo—, le ofreció dinero y, también, aposento junto a él en sus habitaciones del *Trinity College* en Cambridge. Fatio rehusó y, recuperado de sus fiebres, partió en 1693 hacia Suiza para arreglar unas cuestiones de herencia. Dado que Newton sufrió una profunda crisis mental en torno al verano de ese año, es natural hacerse la pregunta de hasta qué punto pudo estar motivada por su relación con Fatio. La verdad es que sobre las causas y circunstancias de la enfermedad de Newton hay muchas hipótesis: que si fue fruto de la tensión, del cansancio acumulado tras la composición de los *Principia* que, tardía aunque implacablemente, acabó manifestándose —una especie de depresión posparto o, más propiamente, una *Post Principia tristis* [Ma-

nuel, 1968: 220]—; que si fue fruto de un posible envenenamiento por mercurio, causado, poco a poco, durante sus experimentos alquímicos —incluso se han llegado a analizar algunos cabellos supuestamente pertenecientes a Newton, en los que se encontraron altas concentraciones de mercurio [Spargo y Pounds, 1979]; véanse también [Jhonson y Wolbarsht, 1979] y [Keynes, 1995: ch. 8]—; que si fue una simple depresión [Ditchburn, 1980] —donde, además, se da una contundente réplica a la hipótesis del envenenamiento por mercurio—. En fin, quizá fue una explosiva combinación de un poco de cada uno de esos ingredientes, incluyendo, desde luego, las tensiones que por esas fechas sufrió su intensa relación con Fatio de Duillier: es la hipótesis preferida de Frank Manuel, con las consiguientes connotaciones homosexuales —platónicas—, que muchos de los estudiosos de Newton no sólo no comparten sino que rechazan abiertamente —v.g., Whiteside.

El caso es que a partir de 1693 se produjo una especie de ruptura y la relación de Newton con Fatio nunca volvió a parecerse, ni de lejos, a esos momentos de intensa amistad vividos entre 1689 y 1693. Aunque Fatio apareció, de todas formas, esporádicamente por la vida de Newton: por ejemplo, fue el primero que acusó públicamente a Leibniz de haber aprendido el cálculo de Newton (1699). A raíz de su implicación en 1706 con los calvinistas del Languedoc refugiados en Inglaterra —de los que fue secretario—, Fatio cayó definitivamente en desgracia —se le ofreció la oportunidad de salvarse del escarnio dejando Inglaterra, aunque prefirió seguir la suerte de sus correligionarios—, no sólo a los ojos de Newton sino de casi todo el ambiente científico europeo, y así persistió hasta su muerte acaecida casi medio siglo después.

Aquel que en genio sobrepasó a la clase humana, el que fue *summus* para Gauss, murió el 20 de marzo de 1727 en Londres. En palabras de Voltaire: «Vivió honrado por sus compatriotas y fue enterrado como un rey que ha hecho el bien a sus súbditos». O en el más florido estilo de Voltaire-Savater en *El jardín de las dudas:* «Pero en especial quedé muy impresionado ante las honras fúnebres que se tributaron a Newton. Todo Londres participó de un modo u otro en ellas. El cadáver fue primero expuesto en un suntuoso catafalco, flanqueado por enormes ha-

chones, antes de ser llevado a la abadía de Westminster, donde yace enterrado entre los reyes y otros altos próceres. A la cabeza del cortejo mortuorio iba el lord canciller, seguido por todos los ministros de la Corona».

Bien distintos fueron los honores que se rindieron a Leibniz tras su muerte el 14 de noviembre de 1716. Probablemente este hecho tuviera que ver con la mala relación que Leibniz mantuvo con Jorge de Hannover, agravada tras la desaparición de su hermana Sofía Carlota en 1705, por entonces reina de Prusia, y de su madre, la electora Sofía en junio de 1714. Leibniz regresó a Hannover a mediados de ese año, tras pasar más de año y medio en Viena, y cuando el rey ya había partido para Inglaterra. A Leibniz le hubiera gustado acompañar a su patrón a Inglaterra cuando éste accedió al trono; fue la época más dura de la disputa con Newton sobre la prioridad en el descubrimiento del cálculo y Leibniz sugirió veladamente el agrado que le produciría presentarse en el mismísimo país donde le tenían por enemigo arropado e integrado en la corte de su rey —y más de un partisano de Newton así lo temía—, al que repetidamente solicitó el puesto de historiógrafo de Inglaterra. Por más que Leibniz hubiera defendido en 1700 brillantemente la causa de los Hannover a la sucesión inglesa, Jorge I no quería a su historiador en Inglaterra distraído en peleas con los nativos a cuenta del cálculo infinitesimal mientras su árbol genealógico languidecía por falta de atención. Así que le ordenó quedarse en Hannover, exiliado en su propia tierra, casi en arresto domiciliario tras prohibirle explícitamente (1715) viajes largos y retirarle el sueldo durante dos años y medio tras haber prolongado Leibniz en demasía su estancia en Viena. La orden fue tajante: Leibniz debía afanarse en la obra que tanto deseaba el rey, los *Annales Imperii Occidentis Brunsvicensis* —obra que nunca llegó a verse terminada y que supuso para Leibniz, como él mismo llegó a reconocer, una auténtica piedra de Sísifo [Aiton, 1992: 243].

De manera que Leibniz fue enterrado sin pompa y apenas circunstancia, bajo los cánticos de un coro infantil y rodeado de sus parientes y conocidos más próximos, sin presencia de representante alguno de la corte a pesar de que por esos días el

rey y su séquito estaban de caza en una finca cercana. Durante más de medio siglo su tumba careció de inscripción alguna, a pesar de que su único sobrino había heredado de Leibniz unos buenos dineros, por no citar a la Casa de Hannover a la que tan bien había servido durante tantas décadas [Aiton, 1992: 467].

2. Formación matemática y descubrimiento del cálculo

Newton comenzó su formación matemática en Cambridge. Fue una formación singular, por muy avanzada y moderna para su época, y Newton la adquirió por sí mismo, estudiándola en libros y tratados; como escribió Westfall [Westfall, 1983: 1]: «La Universidad de Cambridge no presentaba el nuevo mundo del pensamiento científico ante sus estudiantes [...] aunque era un lugar donde se vendían libros y donde las bibliotecas los reunían». De hecho, Newton aprendió en los libros la nueva matemática que el siglo XVII estaba produciendo, principalmente en la *Géométrie* de Descartes, la *Arithmetica infinitorum* de Wallis y la *Clavis mathematicae* de William Oughtred —véanse [Gascoigne, 1985], [Whiteside I, 1967: 3-15] o, también, [Whiteside, 1964].

Mención aparte merece la «decepcionante» lectura newtoniana de los *Elementos* de Euclides: si atendemos a los comentarios que mucho más tarde hiciera a John Conduitt o a De Moivre, Newton los encontró demasiado triviales, aunque, según el segundo, la opinión de Newton cambió conforme avanzó en su lectura y estudió partes más enjundiosas como el teorema de Pitágoras; lo que sí aprendió de sus repetidas lecturas de los *Elementos* fue qué era una demostración matemática. Es muy significativo que Newton estudiara la *Géométrie* de Descartes[10] —según De Moivre, empezando desde el comienzo tantas veces como hizo falta para dominarla completamente— sin

10. Sobre la enorme influencia que la *Géométrie* de Descartes ejerció en Newton véase [Whiteside, 1982]. En este delicioso artículo se da también cabal información de lo que supusieron las matemáticas para Newton y el modo en que éste las entendió.

un conocimiento profundo de la geometría sintética griega: la autoformación matemática que Newton se dio fue *moderna* en su tiempo y le puso en unas inmejorables condiciones para descubrir el cálculo infinitesimal que, por aquellos años, ya flotaba en el ambiente matemático europeo; su genio hizo el resto. Para que el lector tenga más elementos de juicio no me resisto a incluir la cita donde De Moivre contó estos inicios de la formación matemática de Newton: «En 1663, estando en la feria de Sturbridge, compró un libro de astrología por curiosidad de ver lo que contenía. Lo leyó hasta que llegó a una figura de los cielos que no pudo comprender por cuanto necesitaba cierta familiaridad con la trigonometría.

»Compró un libro de trigonometría, pero no fue capaz de entender las demostraciones. Tomó entonces a Euclides como preparación para la trigonometría. Leía sólo los títulos de las proposiciones, que encontraba tan fáciles de comprender que se preguntó cómo alguien se tomó el trabajo de escribir demostraciones para ellas. Empezó a cambiar de opinión cuando leyó [...] esa proposición que afirma que en un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a los cuadrados de los otros dos lados. Empezó entonces a leer a Euclides con más atención de la que había puesto hasta entonces y continuó su estudio.

»Leyó a Oughtred (*Clavis*) aunque no lo comprendió enteramente. [...] Tomó la *Géométrie* de Descartes, de la que le habían dicho que era muy difícil, leyó unas diez páginas y, parando, comenzó de nuevo otra vez, yendo un poco más lejos que la primera vez, paró otra vez, volvió atrás de nuevo al principio, leyó entonces gradualmente hasta que dominó la materia de tal modo que comprendía la *Géométrie* de Descartes mejor que a Euclides.

»Leyó a Euclides otra vez y luego la *Géométrie* de Descartes por segunda vez. Leyó a continuación la *Arithmetica infinitorum* del doctor Wallis y con ocasión de cierta interpolación para la cuadratura del círculo, encontró ese admirable teorema para elevar un binomio a una potencia dada. [...]

»En 1665 y 1666 empezó a encontrar el método de fluxiones y escribió varios problemas curiosos relativos a ese método, llevando esa fecha cuando yo los vi veinticinco años después» [Whiteside I, 1967: 5-6].

Esta formación matemática la inició Newton hacia la primavera o el verano de 1664 —[Whiteside I, 1967: xvi], [Westfall, 1983: 106]—, tenía entonces veintiún años y se encontraba en el año previo a su graduación en Cambridge. A partir de entonces —octubre de 1664— y hasta octubre de 1666, Newton vivió un breve, intenso, apasionado y tórrido romance con las matemáticas.

El estudio de las obras mencionadas le pudo llevar un año, por lo que hacia el otoño de 1665 Newton ya conocía y dominaba suficientes de las importantes novedades matemáticas que se habían producido durante la primera mitad del siglo XVII. Cuando digo novedades quiero decir con respecto a lo que se había heredado del mundo griego, legado matemático que a principios del siglo XVII había sido, en lo esencial —Euclides, Arquímedes, Apolonio, Ptolomeo, Pappus, Diofanto—, recuperado y asimilado.

Simultáneamente a su labor de estudio, Newton empezó a producir sus propios resultados originales. En un principio fue tan sólo ir un paso más allá de lo que aprendía en los libros, aclarar las dudas con nuevos ejemplos propios o resolver los problemas alternativos que se iba él mismo planteando. Así comenzaron sus investigaciones sobre cálculo de tangentes y cuadraturas, que dieron lugar a la versión newtoniana del cálculo infinitesimal.

Poco a poco, desde el otoño de 1664 a la primavera de 1665, pegado en un principio a lo que había aprendido de Descartes, Hudde e, indirectamente, de Fermat, Newton fue desarrollando en Cambridge su propio método para el cálculo de tangentes basado en los infinitesimales. Hacia mayo de 1665 encontró un algoritmo para derivar funciones algebraicas que esencialmente correspondía con el ya descubierto por Fermat. Poco después ya tenía los algoritmos para las derivadas y, lo que es más importante, sus investigaciones sobre cuadraturas siguiendo los procedimientos aritméticos aprendidos de Wallis, e inspirado por la rectificación de Van Heuraet de la parábola semicúbica, le llevaron a deducir que el cálculo de tangentes y el de cuadraturas son procesos inversos: es el teorema fundamental del cálculo. La intensidad con la que trabajó Newton queda reflejada en el siguiente párrafo de Westfall: «Por esa época, Newton era con seguridad un extraño para su cama. Más de

una noche Wickins tuvo que descubrir una figura tensa volcada sobre sus incomprensibles símbolos, ajeno e indiferente a que había pasado la noche en vela» [Westfall, 1983: 123].[11]

En algún momento de principios del verano de 1665, Newton regresó a su casa de Woolsthorpe debido a la epidemia de peste que afectaba a buena parte de Inglaterra, Cambridge incluido. Allí, *alejado de los libros de estudio* como apuntó Whiteside, Newton reestructuró las bases de su cálculo y, tratando de evitar las cantidades infinitesimales, lo encauzó hacia el concepto fundamental de fluxión: la velocidad con que una variable fluye con el tiempo. Esto le llevó a interpretar las curvas como generadas por el movimiento de un punto y a calcular la tangente descomponiendo el movimiento en sus componentes con respecto a los ejes coordenados, esto es, la tangente se obtendría como el cociente de las velocidades con que varían las coordenadas y y x del punto (x, y) —digamos que el punto $(x(t), y(t))$ describe la curva conforme transcurre la variable t del tiempo—. Newton no logró superar con esta argucia la presencia de lo infinitamente pequeño en su cálculo: necesariamente aparece cuando se definen esas *velocidades*, que son velocidades instantáneas, con que varían x e y. Esto ocurría en el otoño de 1665 en otro período en el que Newton se empleó con enorme intensidad hasta el punto de que, según Westfall, por en-

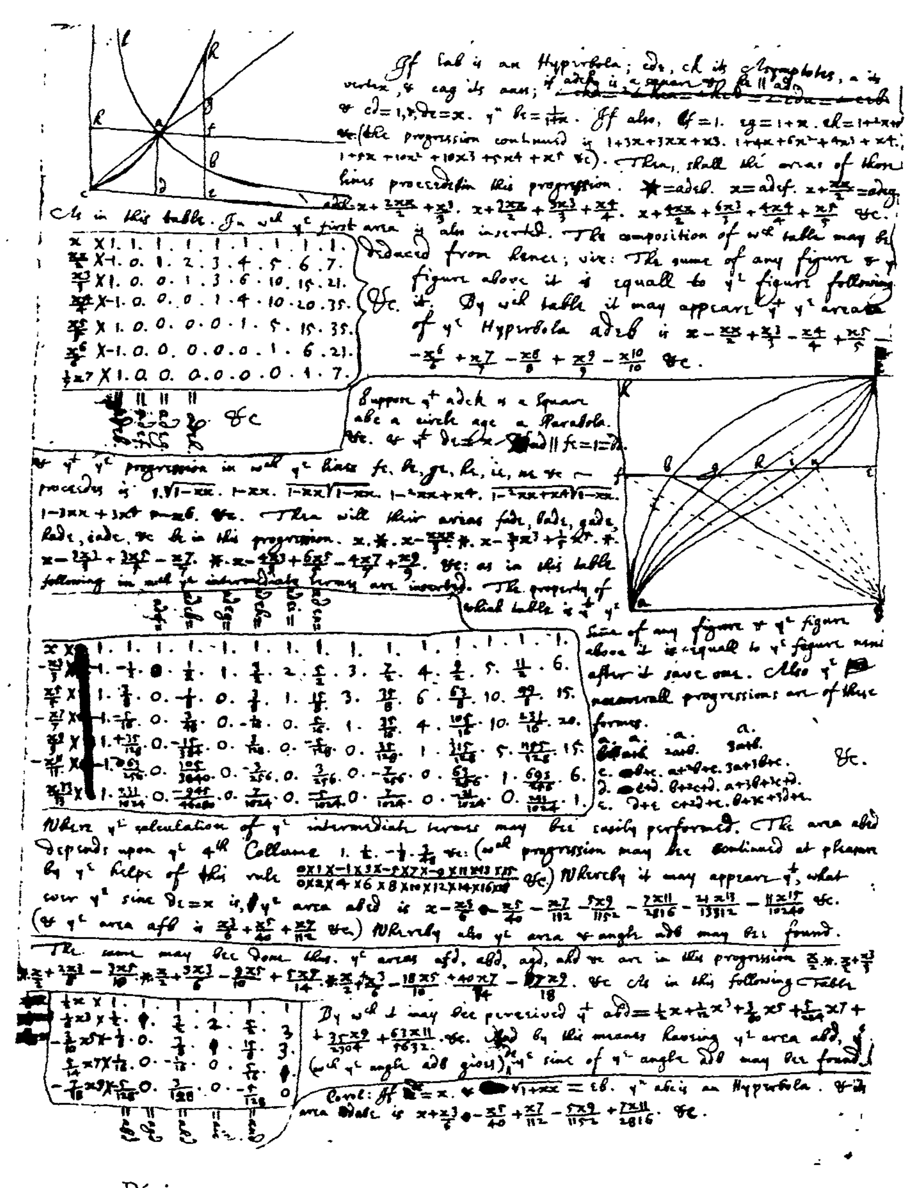
11. John Wickins fue compañero de cuarto de Newton en Cambridge desde enero de 1663 —año en que fue admitido Wickins— hasta 1683, cuando Wickins renunció a su puesto en Cambridge por una vicaría. Wickins también asistió a Newton como amanuense; su último trabajo para Newton bien pudo ser nada menos que la copia de la *Epistola posterior* que Newton envió a Leibniz vía Oldenburg. Newton y Wickins siguieron compartiendo habitaciones a pesar de que, al ganar ambos su posición de *fellows* —en octubre de 1667, Newton, y, poco después, Wickins—, el *Trinity College* les asignó alojamiento individual: parece que ambos alquilaron los que les correspondieron y continuaron juntos. El hijo de Wickins contaría cómo su padre y Newton se conocieron; la cita da una cierta idea de la soledad de Newton en sus primeros años en Cambridge: «La intimidad de mi padre con él [Newton] se produjo por mero accidente. Siéndole el primer compañero de habitación de mi padre muy desagradable, se fue un día a pasear, encontrando al señor Newton solitario y entristecido. Se pusieron a hablar y encontraron que la razón de su soledad era la misma; decidieron entonces dejar a sus desordenados compañeros y compartir habitación juntos, lo que hicieron en cuanto pudieron y continuaron así mientras mi padre estuvo en el *College*» [Westfall, 1983: 74].

tonces, sin duda Newton se olvidaba incluso de sus comidas; *innumerables*, escribió en otra ocasión que son las referencias a estos olvidos newtonianos de sus comidas e incluso de sus horas de sueño, en cierta forma consecuencia de su enorme capacidad de concentración.

En el período que va desde el 13 de noviembre de 1665 hasta el 14 de mayo de 1666, Newton pareció perder interés por las matemáticas —la mecánica, la gravitación y la teoría de los colores, hijas todas de aquellos prodigiosos *anni* pugnaban también por ver la luz—; retomó la tarea matemática los días 14, 15 y 16 de mayo —por entonces había regresado a Cambridge, donde estuvo desde finales de marzo hasta junio de 1666— y de nuevo vino un período de abandono de las matemáticas que duró hasta octubre de 1666. Ese mes, en Woolsthorpe, compuso y fechó un tratado más completo, a la vez que inacabado, sobre su método de fluxiones que ordenaba y condensaba sus investigaciones anteriores; nunca fue publicado, aunque durante la vida de Newton, especialmente hacia el final, circularon unas pocas copias entre una parte de los matemáticos ingleses [Whiteside I, 1967: 400, n.1].

Algunas de las proposiciones del tratado de octubre sobre fluxiones son —como apuntó Westfall [Westfall, 1987: 135]— «sorprendentes por su cercanía con la mecánica» y muestran «los otros intereses que en 1666 empezaron a distraer de las matemáticas la atención de Newton». En germen, el tratado contiene algoritmos para su método de fluxiones —cálculo de derivadas— y una identificación de que el proceso inverso corresponde con el cálculo de áreas, lo que significa, ni más ni menos, el teorema fundamental del cálculo; como escribió Westfall: «Tal era el definitivo concepto newtoniano de cuadratura; la operación de calcular un área bajo una curva es la operación inversa a la de encontrar la razón entre velocidades» [Westfall, 1983: 136]. Los dos tercios finales del tratado, más o menos, son ejemplos ilustrativos: cálculo de tangentes, curvaturas, rectificación de curvas, cálculo de áreas, centros de gravedad, etc. —el tratado puede consultarse en [Newton I, 1967: 400-448].

De haber publicado Newton su tratado de octubre sobre fluxiones, habría dejado —en palabras de Westfall— «sin alien-



If cab is an Hyperbola; cd, ck its Asymptotes, a its vertex, & cag its axis; if adck is a square & fe || ad [illegible] & cd = 1, & de = x. yn be = $\frac{1}{1+x}$. If also, bf = 1. eg = 1+x. el = 1+2x+xx (the progression continued is 1+3x+3xx+x3. 1+4x+6x2+4x3+x4. 1+5x+10x2+10x3+5x4+x5 &c). Then shall the areas of those lines proceed in this progression. [illegible] = adel. x = adef. $x+\frac{xx}{2}$ = adeg. adel = $x+\frac{2xx}{2}+\frac{x3}{3}$. $x+\frac{3xx}{2}+\frac{3x3}{3}+\frac{x4}{4}$. $x+\frac{4xx}{2}+\frac{6x3}{3}+\frac{4x4}{4}+\frac{x5}{5}$ &c. As in this table. In wch ye first area is also inserted. The composition of wch table may bee deduced from hence; viz: The summe of any figure & ye figure above it is equall to ye figure following it. By wch table it may appeare yt ye area of ye Hyperbola adeb is $x-\frac{xx}{2}+\frac{x3}{3}-\frac{x4}{4}+\frac{x5}{5}-\frac{x6}{6}+\frac{x7}{7}-\frac{x8}{8}+\frac{x9}{9}-\frac{x10}{10}$ &c.

x ×	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
$\frac{xx}{2}$ ×	−1.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
$\frac{x3}{3}$ ×	1.	0.	0.	1.	3.	6.	10.	15.	21.
$\frac{x4}{4}$ ×	−1.	0.	0.	0.	1.	4.	10.	20.	35.
$\frac{x5}{5}$ ×	1.	0.	0.	0.	0.	1.	5.	15.	35.
$\frac{x6}{6}$ ×	−1.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	6.	21.
$\frac{x7}{7}$ ×	1.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	7.

Suppose yt adck is a Square abc a circle age a Parabola. &c. & yt de = x [illegible] fe = 1 = [illegible]. & yt ye progression in wch ye lines fe, be, ge, he, ie, &c proceeds is $1.\sqrt{1-xx}.\ 1-xx.\ \overline{1-xx}\sqrt{1-xx}.\ 1-2xx+x4.\ \overline{1-2xx+x4}\sqrt{1-xx}.\ 1-3xx+3x4-x6$. &c. Then will their areas fade, bade, gade, hade, iade, &c be in this progression. x. ✱. $x-\frac{xx3}{3}$. ✱. $x-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{5}x^5$. ✱. $x-\frac{3x3}{3}+\frac{3x5}{5}-\frac{x7}{7}$. ✱. $x-\frac{4x3}{3}+\frac{6x5}{5}-\frac{4x7}{7}+\frac{x9}{9}$. &c: as in this table following in wch ye intermediate termes are inserted. The property of which table is yt ye summe of any figure & ye figure above it is equall to ye figure next after it save one. Also ye numerall progressions are of these formes.

x ×	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
$-\frac{x3}{3}$ ×	1.	$-\frac{1}{2}$.	0.	$\frac{1}{2}$.	1.	$\frac{3}{2}$.	2.	$\frac{5}{2}$.	3.	$\frac{7}{2}$.	4.	$\frac{9}{2}$.	5.	$\frac{11}{2}$.	6.
$\frac{x5}{5}$ ×	1.	$\frac{3}{8}$.	0.	$-\frac{1}{8}$.	0.	$\frac{3}{8}$.	1.	$\frac{15}{8}$.	3.	$\frac{35}{8}$.	6.	$\frac{63}{8}$.	10.	$\frac{99}{8}$.	15.
$-\frac{x7}{7}$ ×	1.	$-\frac{5}{16}$.	0.	$\frac{3}{48}$.	0.	$-\frac{1}{16}$.	0.	$\frac{5}{16}$.	1.	$\frac{35}{16}$.	4.	$\frac{105}{16}$.	10.	$\frac{231}{16}$.	20.
$\frac{x9}{9}$ ×	1.	$+\frac{35}{128}$.	0.	$-\frac{15}{384}$.	0.	$\frac{3}{128}$.	0.	$-\frac{5}{128}$.	0.	$\frac{35}{128}$.	1.	$\frac{315}{128}$.	5.	$\frac{495}{128}$.	15.
$-\frac{x11}{11}$ ×	1.	$-\frac{63}{256}$.	0.	$\frac{105}{3840}$.	0.	$-\frac{3}{256}$.	0.	$\frac{3}{256}$.	0.	$-\frac{7}{256}$.	0.	$\frac{63}{256}$.	1.	$\frac{693}{256}$.	6.
$\frac{x13}{13}$ ×	1.	$\frac{231}{1024}$.	0.	$-\frac{945}{46080}$.	0.	$\frac{7}{1024}$.	0.	$-\frac{5}{1024}$.	0.	$\frac{7}{1024}$.	0.	$-\frac{21}{1024}$.	0.	$\frac{231}{1024}$.	1.

a. a. a. a. &c.

Where ye calculation of ye intermediate termes may bee easily performed. The area abed depends upon ye 4th Collume 1. ½. −⅛. $\frac{3}{48}$ &c: (wch progression may bee continued at pleasure by ye helpe of this rule $\frac{0\times1\times-1\times3\times-5\times7\times-9\times11\times13\times15}{0\times2\times4\times6\times8\times10\times12\times14\times16\times18}$ &c.) Whereby it may appeare yt, whatsoever ye sine de = x is, ye area abed is $x-\frac{x3}{6}-\frac{x5}{40}-\frac{x7}{112}-\frac{5x9}{1152}-\frac{7x11}{2816}-\frac{21x13}{13312}-\frac{11x15}{10240}$ &c. (& ye area afb is $\frac{x3}{6}+\frac{x5}{40}+\frac{x7}{112}$ &c.) Whereby also ye area & angle adb may bee found.

The same may bee done thus. ye areas afd, abd, agd, ahd &c are in this progression $\frac{x}{2}$. ✱. $\frac{x}{2}+\frac{x3}{3}$ [illegible] &c. As in this following table.

By wch it may bee perceived yt abd = $\frac{1}{2}x+\frac{1}{12}x^3+\frac{3}{80}x^5+\frac{5}{224}x^7+\frac{35x9}{2304}+\frac{63x11}{5632}$ &c. And by this meanes having ye area abd, & (wch ye angle adb gives) ye sine of ye angle adb may bee found.

Corol: If [illegible] = x. & [illegible] $\sqrt{1+xx}$ = eb. yn abeis an Hyperbola. & its area [illegible] is $x+\frac{x3}{6}-\frac{x5}{40}+\frac{x7}{112}-\frac{5x9}{1152}+\frac{7x11}{2816}$ &c.

Página manuscrita de Newton sobre el teorema del binomio (*c.* 1665).

to a los matemáticos de Europa, sumidos en la admiración, la envidia y el asombro» [Westfall, 1983: 137]. Además, andando el tiempo, habría convertido a Newton en el único y definitivo descubridor del cálculo infinitesimal.

Para una comprensión cabal de la importancia de las investigaciones matemáticas ejecutadas por Newton durante los años 1664 y 1666 —sintetizadas en su tratado de octubre sobre fluxiones—, conviene reproducir aquí el siguiente párrafo de Whiteside: «En aquellos dos años había nacido un matemático: un hombre ciertamente susceptible todavía de cometer errores abstrusos, pero con un genio matemático de tal profundidad que hacia finales de 1666 lo situaba en igualdad con Huygens y James Gregory, y probablemente por encima de sus otros contemporáneos. Su único pesar serio debió de ser no haber encontrado el cauce por donde comunicar sus descubrimientos a los otros. [Sus manuscritos de ese período] palpitan llenos de energía e imaginación, pero también transmiten la atmósfera claustrofóbica de un hombre encerrado en sí mismo, cuyo único contacto con el mundo exterior fue a través de sus libros. Eso cambió algo en los años posteriores, pero fue la continua tragedia de Newton no haber encontrado ningún colaborador de su misma valía intelectual» [Whiteside I, 1967: 147-8].

Si atendemos a lo que el propio Newton escribiera, unos diez años antes de su muerte en 1727, refiriéndose a sus *anni mirabiles*: «en aquel tiempo, me encontraba en la plenitud de mi ingenio, y las matemáticas y la filosofía me ocupaban más de lo que harían nunca después» [Westfall, 1983: 143]. En lo que se refiere a las matemáticas —y citando a Westfall—, *su gran período de creatividad se había cerrado* tras la composión en octubre de 1666 de su tratado sobre fluxiones. El tiempo que en las décadas siguientes dedicó a las matemáticas fue un ampliar lo ya descubierto y redactar los tratados que, muy avanzada ya su vida, o aun inmediatamente después de acabada, se dieron a la imprenta.

Desde el tratado de octubre de 1666 hasta la redacción, probablemente en junio de 1669, del *De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas* —que será denominado, para abreviar, el *De Analysi*— pasaron casi tres años en los que Newton dedicó muy poco tiempo al desarrollo de su cálculo de flu-

xiones. El *De Analysi* es la primera de las obras matemáticas que Newton menciona en el *Account.* Dado que fue la primera que dio a conocer —a un selecto grupo de conocidos—, fue pieza clave en sus reclamaciones de prioridad; por ello, en el *Account,* Newton dedicó cierto esfuerzo a explicar los orígenes de la obra y la forma en que la difundió. La historia es la siguiente.

A finales de 1668 se produjo un hecho, en principio ajeno a Newton, pero cuyas consecuencias le llevarían a redactar apresuradamente el *De Analysi.* El desencadenante fue la publicación en septiembre de 1668 del libro de Nicolás Mercator (1619-1687) *Logarithmotechnia.*[12] Las dos primeras partes del libro estaban dedicadas a la elaboración de una tabla de logaritmos. En la tercera parte —la titulada *Vera quadratura hiperbola & Inventio summae Logarithmorum*— Mercator mostraba el desarrollo en serie de potencias del logaritmo

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

John Collins —cuya importancia matemática se debe a su labor de correo, de canal de comunicación y distribución de resultados y noticias matemáticas— envió unos meses después, probablemente a principios de 1669, un ejemplar a Isaac Barrow, que desde 1664 era catedrático lucasiano en Cambridge.

12. Nicolás Mercator nació en Schleswig-Holstein —entonces parte de Dinamarca, pero hoy en Alemania— hacia 1619 —Leibniz durante la disputa insistió cada vez que tuvo ocasión en los orígenes germanos de Mercator—. Se graduó en la Universidad de Rostock, donde ingresó como profesor en 1642, aunque posteriormente también trabajó en la Universidad de Copenhague (1648). Hacia 1653 se trasladó de Dinamarca a Inglaterra —donde Cromwell había mostrado interés por sus mejoras del calendario—, donde latinizó su apellido Kauffman en Mercator y residió durante casi treinta años. Ingresó en la *Royal Society* en 1666. Marchó a Francia comisionado por Colbert para diseñar los juegos de agua en Versalles, donde murió poco después de llegar, no sin antes haberse peleado con su jefe (1687). A lo largo de su vida publicó bastantes libros sobre temas diversos aunque relacionados: trigonometría (1651), astronomía (1651, 1664, 1676) y matemáticas (1653 y 1668), siendo el más destacado su *Logarithmotechnia* que, como se dice en el texto, desencadenó la redacción del *De Analysi* newtoniano [Biogr. cient. V, 1981: 310-312].

Barrow le pasó el libro a Newton y, tal como contó Whiteside: «Cuando Newton fue a la *Vera quadratura hiperbola, & Inventio summae Logarithmorum* anunciada por Nicolás Mercator en su título, debió quedar abatido» [Whiteside II, 1968: 166]. Allí, Newton encontró publicado parte de lo que él ya había descubierto —lo relativo al desarrollo en serie de potencias para el logaritmo y su obtención mediante cuadratura de la hipérbola— y después guardado sólo para sus ojos. Con toda probabilidad, Newton temió que Mercator pudiera obtener también el desarrollo en serie de potencias para $\sqrt{1-x^2}$ —cuadrando la circunferencia en vez de la hipérbola— y de ahí a la fórmula del binomio y al método de cálculo infinitesimal había ya sólo un paso. A lo largo de los primeros meses de 1669, Newton se pudo enterar además de que lord Brouncker también decía poder reducir $\sqrt{1-x^2}$ a una serie, aunque quizá no llegó a ser consciente de que su más directo rival en los métodos de desarrollo en serie era James Gregory [Whiteside II, 1968: 167].

A finales de junio de 1669 —aunque no hay total seguridad en la fecha de redacción, véase [Whiteside II, 1968: 206, n. 1]— Newton, en unos pocos días, escribió, basándose en el tratado sobre fluxiones de octubre de 1666 y sus otras investigaciones desde los años 1664, el *De Analysi*. Su contenido estaba mediatizado por lo que publicó Mercator en su *Logarithmotechnia* y los rumores y suposiciones que se hiciera Newton sobre las investigaciones que otros pudieran haber realizado o estar realizando. El contenido y planteamiento del *De Analysi* tienen valor constituyente y, haciéndolo público, al menos restringidamente, su autor se convierte en descubridor del cálculo infinitesimal y el *De Analysi* en carta magna de lo que significa la nueva disciplina: en la primera parte del tratado, Newton muestra cómo, usando desarrollos en serie de potencias, puede extenderse el cálculo de cuadraturas a gran variedad de funciones —cantidades, como dice Newton—, basándose en la cuadratura básica de $ax^{\frac{m}{n}}$. Puede dar la impresión de que Newton intentaba calcular el área encerrada por determinadas curvas aunque, tal y como yo lo entiendo, Newton hizo mucho más que eso: quiso mostrar, en esa primera parte del *De Analysi*, un procedimiento de actuación con carácter general y un cierto va-

lor de abstracción más allá de su primera interpretación como cálculo de un área: «Los problemas de longitud de las curvas, de cantidad y superficie sólida, así como de centro de gravedad, pueden todos reducirse al cabo a inquirir la cantidad de superficie plana terminada en una línea curva», escribe Newton en unos párrafos especialmente significativos, y titula lo que les sigue como: *Aplicación de lo anteriormente explicado a otros problemas de ese tipo*. Newton, con esos párrafos, quiere delimitar la primera parte del tratado —donde expone el método general— de la segunda, donde lo va a aplicar. Podemos convenir en que el resultado de su intento es algo incierto: Newton veía el enorme valor que tenía ese carácter abstracto del procedimiento aunque, tal vez, en ese estadio inicial —cuando la idea estaba fraguando en su cabeza—, tuviera dificultades para expresarlo y exponerlo; tal vez, también, en esos instantes iniciales careciera de nombres y notaciones adecuadas con que designar lo que justamente en ese momento estaba creando. Esta declaración de principios que (1) centra la importancia en el problema abstracto de calcular una función conocida su derivada, (2) establece el carácter inverso del proceso con el del cálculo de la variación de la función —como hará al final del tratado— y, finalmente, (3) da un procedimiento algorítmico para el cálculo de esa variación (derivada) —aunque éste sea, en el *De Analysi*, mínimo, y no haya como después en Leibniz unas reglas claras para derivar: téngase en cuenta que Newton no agotó en el *De Analysi* todo lo que hacia 1669 tenía sobre el cálculo—, permite establecer que, con el *De Analysi*, el cálculo infinitesimal es ya una realidad.[13] Y es que el *De Analysi* es un magnífico ejemplo para apreciar en todo su esplendor ese acto supremo que supone la creación en matemáticas: leer el texto de Newton nos permite convertirnos en testigos, revivir, en cierta forma, el alumbramiento del cálculo infinitesimal en versión newtoniana.[14] Así, cuando nos sumergimos en las páginas del *De Analy-*

13. Léanse, de cualquier forma, las interesantes consideraciones de Whiteside en [Whiteside, 1960-2: cap. XI], sobre la respuesta que cabe dar a la pregunta: *¿quién descubrió el cálculo?*

14. A ese período inicial del cálculo lo llamó Karl Marx *el período místico de Newton y Leibniz*. Según Marx, que estuvo interesado en la fundamentación del cálculo, en esa primera época: «ellos mismos creían en el carácter

si, e intentamos reconocer en el cálculo recién nacido que allí muestra Newton los caracteres del cálculo adulto que el lector actual ha conocido/aprendido primero, nos ocurre como cuando se contemplan fotografías de la niñez de alguien a quien sólo se ha conocido de mayor —los padres, por ejemplo— y vamos reconociendo, tras aquellos rasgos infantiles que muestran las imágenes, los más familiares del ser maduro en que esa persona ha acabado convirtiéndose.

Una vez redactado el *De Analysi*, que iba a dar a conocer por primera vez el nombre de Newton entre los matemáticos británicos, éste lo mostró a Barrow, que naturalmente propuso su envío inmediato a Collins. Ahora entra en juego el pánico enfermizo que Newton sentía ante la publicación de sus obras: exponerlas ante el público para reclamar la paternidad de los descubrimientos también suponía exponerse a las críticas. Conviene aquí apuntar, por cuanto clarifica una parte del sentido que tuvo la polémica entre Leibniz y Newton, que en aquellos años, el término *publicar* había que entenderlo en forma algo distinta a la actual. Mientras hoy significa publicar *en una revista o en forma de libro accesible a todos los interesados*, entonces, cuando esos cauces —sobre todo las revistas— no eran tan factibles como lo empezaron a ser tan sólo unas décadas después, publicar incluía también dar a conocer los resultados en forma manuscrita, no necesariamente impresos, entre un grupo restringido de amigos interesados, más si entre ellos se incluía alguno dedicado a labores de difusión científica —tal como John Collins o, sobre todo, Marin Mersenne.

Para hacer más patente la aprensión de Newton, detallaremos a continuación la secuencia de cartas que envió Barrow a Collins.

En un primer momento —20 de julio de 1669— Newton sólo le permitió a Barrow dar noticia a Collins de que estaba en posesión del *De Analysi*, pero prohibiéndole mencionar el

---

misterioso del cálculo recién descubierto, que producía resultados verdaderos —y, más aún, asombrosos, particularmente en su aplicación geométrica— mediante un procedimiento matemático positivamente falso. Así se automistificaron, valorando el nuevo descubrimiento como el mayor, exasperando a la multitud de viejos matemáticos ortodoxos[...]» [Kennedy, 1977: 307].

nombre del autor y de la obra: «Cierto amigo que aquí vive entre nosotros, ingenio eximio en estas cosas, hízome llegar antes de ayer algunas cartas en que describe un método para computar dimensiones de magnitudes, similar al de Mercator, mas sumamente general, al tiempo que para resolver ecuaciones; que ha de placerte, según creo, cuando te envíe una con mis próximas letras» [NC I, 1959: 13]. Once días después, Newton accedió a que Barrow le enviara a Collins copia de su *De Analysi*, aunque manteniendo el anonimato sobre quién lo había redactado y reclamando su devolución posterior —obsérvese la manera sutil con que Barrow se refiere a leer y releer, pero no a hacer una copia: una manera implícita de decir que lo enviado sólo era para los ojos de Collins—: «Envío las prometidas cartas de mi amigo, que han de darte no poco deleite según espero. Devuélvelas, te requiero, así las hayas releído cuanto vieres oportuno; pues tal pidió en efecto mi amigo cuando le rogué por vez primera me diese licencia para comunicártelas. Cuanto antes, por tanto, te suplico me hagas saber con certeza haberlas recibido, que temo por ellas; como que, por darte gusto con la mayor prontitud, ni he dudado en mandártelas por la posta pública» [NC I, 1959: 14]. Cuando Collins estudió el *De Analysi* y transmitió su entusiasmo a Barrow, obtuvo éste permiso de Newton para revelar su nombre a Collins y permitirle a otros que vieran su manuscrito: «Alégrame te placieran las cartas de mi amigo; su nombre es Newton, *fellow* de nuestro colegio, y joven —pues en efecto dos años han pasado ahora desde que tomara el grado de maestro de artes—, y que, eximio en extremo como es, hizo magnos progresos en este asunto. Comunícaselas, si así lo quieres, al noble señor Brouncker» [NC I, 1959: 14-15] —lord Brouncker era por entonces presidente de la *Royal Society*—. Como al respecto escribió Westfall: «fue una buena muestra de aprensión en un hombre [Newton] que se sabía líder de los matemáticos de Europa» [Westfall, 1983: 204].[15]

15. Conviene aquí reproducir la versión de la historia debida al propio Newton. La tomo de la *Epistola posterior*, la segunda carta que envió a Leibniz. La carta contiene varios párrafos autobiográficos; el párrafo al que me refiero es el siguiente —se puede comparar con la historia que Newton esboza en el *Account*—: «Cuando apareció el ingenioso libro *Logarithmotechnia* de

Collins devolvió pronto, vía Barrow, el manuscrito del *De Analysi* a Newton, pero no sin antes hacer una copia de su propia mano. Esta copia, junto con las cartas de Barrow, las encontró finalmente William Jones en el lote de documentos de Collins que compró en 1708; sirvieron, entre otras cosas, para decidirlo entonces a proponer a Newton la edición del *De Analysi* y, también, cuando la disputa sobre la prioridad arreció, como pruebas independientes que venían a demostrar la prioridad de Newton en el descubrimiento del cálculo —formaron parte, de hecho, de los documentos investigados por el comité propuesto por la *Royal Society* para dictaminar sobre la polémica—. Pero este asunto lo trataré más adelante.

Tal y como apuntó Westfall, el *De Analysi* tuvo un efecto importante en la vida profesional de Newton: probablemente le ayudó a conseguir la cátedra lucasiana que fue creada en Cambridge como legado de Henry Lucas; el estipendio con que Lucas la había dotado la convertía en una de las posiciones académicas más preciadas. La cátedra lucasiana era, por entonces, la única de las ocho universitarias existentes con un perfil, que diríamos hoy, de matemáticas y filosofía natural: el catedrático tenía que impartir clases de geometría, astronomía, geografía, óptica, estática, y otras disciplinas matemáticas, y depositar cada año en la biblioteca de la universidad el texto de al menos diez de sus conferencias.[16] En el verano de 1669, Barrow, que lleva-

---

Nicolás Mercator, empezaba a dedicar menos atención a estos asuntos [las series de potencias y el cálculo fluxional] sospechando que [Mercator], o bien sabía hacer [el desarrollo en serie mediante] la extracción de raíces tanto como [el desarrollo en serie mediante] la división de fracciones o, al menos, que otros al descubrir [el desarrollo en serie mediante] la división podrían encontrar el resto antes de que yo alcanzara una edad madura para escribir. Justo cuando ese libro apareció, un compendio del método de estas series fue comunicado por el señor Barrow al señor Collins —en él yo había indicado las áreas y longitudes de curvas, y las superficies y volúmenes de sólidos generados por líneas y, recíprocamente, cómo encontrar las líneas generadoras si aquéllos eran dados—; y el método allí revelado lo había yo ilustrado con varias series» [NC II, 1960: 133].

16. Con multas previamente estipuladas si no se cumplían estos términos [Westfall, 1983: 208]; cosa que Newton después hizo con bastante frecuencia [Westfall, 1983: 211] sin que al parecer fuera nunca penalizado [Whiteside III, 1969: xviii].

ba ocupando la cátedra lucasiana desde su fundación cinco años antes, estaba pensando en renunciar. No parece que fuera, como a veces se dice, deslumbrado por el genio de Newton;[17] más bien su decisión se debió a otras razones: Barrow era, más que un matemático, un teólogo, y quería dedicarse a su vocación; además tenía también ambiciones de conseguir una posición mejor, cabría decir de más influencia política: de hecho, al año siguiente de su renuncia fue nombrado capellán real y dos años después director del *Trinity College*, cargo este que era, atendiendo a los estatutos de la cátedra lucasiana, incompatible con ella [Whiteside III, 1969: xiv] —por más que Barrow hubiera podido evitar la incompatibilidad solicitando una dispensa real [Westfall, 1983: 207]—. En cualquier caso, Barrow renunció y el 29 de octubre de 1669 Newton fue nombrado catedrático lucasiano. Barrow propuso a Newton como sucesor, lo que fue aceptado por los dos fiduciarios del testamento de Lucas encargados de nombrar al nuevo catedrático —por entonces bastante mayores y quienes, por cierto, debían estar encantados sabiendo que Barrow les iba a dedicar sus *Lectiones*—. La influencia del *De Analysi*, redactado y dado a conocer a Barrow justo en esos momentos tuvo que ser decisiva; en palabras de Westfall: «La publicación del libro de Mercator había sido un acto de la Providencia. *De Analysi*, su consecuencia, elevó a Newton a la cátedra lucasiana» [Westfall, 1983: 208].

El episodio del *De Analysi* y la sustitución en la cátedra lucasiana, propiciaron los años —1669, 1670 y 1671— de mayor

17. Historia difundida por el mismo Newton: le dijo al abate Conti —un personaje con el que Newton hizo amistad a raíz de la disputa con Leibniz (véase la última sección)— que él había resuelto en seis líneas un problema sobre la cicloide para el que Barrow, a base de mucho batallar, había compuesto una muy larga solución. Barrow renunció entonces a su cátedra alegando que Newton era más docto que él [Westfall, 1983: 206, n. 85]. Una interesante comparación entre las personalidades de Newton y Barrow puede leerse en [Manuel, 1968: 93-95]. Mientras que para un detallado análisis de lo que Newton —y también Leibniz— pudieron realmente aprender de Barrow, y de cómo la valoración posterior de los resultados matemáticos de Barrow pudo resentirse por la disputa de aquéllos, puede consultarse [Feingold, 1993]. Para un análisis de la presumible *maldad* de Newton dejando sin corregir algunos errores flagrantes de Barrow —en las lecciones de óptica— léase [Manuel, 1968: 96-97].

cercanía entre Newton y Barrow. Newton revisó por entonces las *Lectiones opticae & geometricae* de Barrow, publicadas en 1670, mientras Barrow, además de permitirle a Newton el uso de su magnífica biblioteca matemática, le insistía e insistía en la necesidad de dar a conocer su cálculo infinitesimal. De hecho, durante el resto de 1669, Collins y Barrow pidieron a Newton que publicara el *De Analysi* como un apéndice a las *Lectiones* de Barrow.[18] Nada hubo que hacer, como escribió Westfall aludiendo a la disputa con Leibniz: «la aprensión de Newton estaba sembrando las semillas de rencorosos conflictos» [Westfall, 1983: 216].

La insistencia de Barrow sí llevó a Newton a plantearse la elaboración de un tratado sobre su método fluxional más amplio y completo que el *De Analysi.* A finales de 1670 Newton dio comienzo al *Tratactus de methodis serierum et fluxionum* —el *De Methodis*, para abreviar— en el que estuvo trabajando de forma muy intermitente durante 1671, pensando en darlo a la imprenta en un futuro cercano. Hacia mediados de 1672, después de casi medio año de no trabajar en el *De Methodis*, decidió posponer su conclusión *sine die* —y, naturalmente, su publicación—; nunca lo acabaría —aunque lo usó, por ejemplo, para escribir las *Epistolae prior* y *posterior* a Leibniz.

En los meses y años siguientes, tras conocer el *De Analysi*, Collins escribió a un buen número de matemáticos sobre los descubrimientos de Newton. En el *Account,* Newton censuraría la ligereza con la que Collins difundió sus resultados, e incluyó una lista de quienes, en Europa, habían recibido información.

Ahora bien, como apuntó Whiteside, el más significativo personaje de todos cuantos pudieron ver la copia del *De Analysi* que hiciera Collins fue, sin duda, Gottfried Wilhelm Leibniz.

18. Lo de incluir apéndices de otros autores estaba justificado dada la dificultad que tenían los textos de matemáticas en ser publicados: era una manera de convencer a los editores para que publicaran libros de matemáticas, porque aquella época no fue una excepción y, como en todas las demás épocas, los libros de matemáticas perdían habitualmente dinero —aparte del reducido número de potenciales lectores, las fórmulas encarecían, además, su composición—. Esta aprensión de los editores iba a favor de la aversión newtoniana a publicar. Véanse para más detalles [Whiteside III, 1969: 5-6] y [Westfall, 1983: 232].

Antes de proseguir con la historia conviene mostrar, al igual que se ha hecho con Newton, cómo se formó matemáticamente Leibniz, y el modo y momento en que descubrió el cálculo.[19]

«En el caso de casi todos los otros matemáticos importantes», escribió Hofmann, «la *grande passion* es ya reconocible durante la pubertad y conduce en el período inmediatamente siguiente a ideas nuevas y decisivas. En el caso de Leibniz este significativo período biológico transcurrió sin ninguna experiencia matemática especial» [Hofmann, 1974: 9]. En este sentido, como en muchos otros, la formación y trayectoria de Leibniz fue bien distinta de la de Newton.

Cuando llegó a París a los veintiséis años, Leibniz apenas conocía, y mal, el primer libro de los *Elementos* de Euclides y sabía poco más que la aritmética aprendida en la escuela —había usado el libro del jesuita Clavius—; según le reconoció a Juan Bernoulli muchos años después, la edición de Van Schooten de la *Géométrie* de Descartes, que hojeó en la universidad, le había parecido demasiado complicada. En Nuremberg, donde estuvo después de doctorarse en la Universidad de Altdorf (1666), hojeó también la *Geometria indivisibilibus* de Cavalieri y las cuadraturas de lúnulas —hay ecos de esto en su *Historia et origo*— de un libro de Léotaud. Aunque llevaba las matemáticas en la sangre —por usar los términos de Hofmann [Hofmann, 1974: 2]—, éste era su deplorable conocimiento matemático cuando llegó a París en marzo de 1672.

Al igual que ocurre con Newton, se conservan gran cantidad de manuscritos y documentos de Leibniz, en particular casi todo lo que escribió en París durante su período de formación, que Leibniz tuvo buen cuidado de conservar. A través de estos manuscritos es posible recomponer adecuadamente la secuencia temporal de su formación y del descubrimiento de su método de cálculo.

Durante el primer año largo de su estancia en París, Leibniz fue bastante diletante en lo que a las matemáticas respecta —en

19. La descripción de la génesis del cálculo leibniziano durante la década 1670-1680 se puede ver en [Hofmann, 1949] —hay traducción al inglés: [Hofmann, 1974]—. Para el desarrollo posterior a partir de 1680 véase [Bos, 1974]. Sus escritos matemáticos se pueden consultar en [Gerhardt, 1962].

la *Historia et origo* reconoció la ignorancia matemática que por esa época le aquejaba—. Dado que durante ese primer año visitó Londres por primera vez e inició sus contactos con los matemáticos ingleses a través de Oldenburg y Collins, su *inocente ignorancia* de lo que en matemáticas se conocía, que lo llevó a sobreestimar su propia capacidad, unido a un carácter demasiado encantador, le generaron más de un problema y malentendido con los británicos y pusieron las primeras piedras de las posteriores acusaciones de plagio —todo lo cual fue recogido y denunciado por Newton en su *Account*.

Hasta el otoño de 1672 no tomó contacto Leibniz con Christian Huygens, el científico y matemático más reconocido en Europa, a sueldo por entonces de la *Académie Royale des Sciences* de París. Para entonces Leibniz había hecho su primer descubrimiento matemático: cómo usar las diferencias para sumar números —Leibniz después insistiría en que entrevió la relación inversa entre la diferenciación y la integración en esa relación inversa entre sumas y diferencias—. Esto es, si queremos sumar los números $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$ y sabemos que cada uno de ellos es diferencia de otros dos, digamos $a_k = b_{k+1} - b_k$, entonces una simple cancelación sucesiva de los b_k da que $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = b_{n+1} - b_1$.

Por poner un ejemplo que a Leibniz le gustaba citar a menudo: de esta forma se pueden sumar los números impares, puesto que al ser $2k + 1 = (k + 1)^2 - k^2$ sigue que $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$.

El optimismo inherente al carácter de Leibniz, y el diletantismo matemático que practicaba en esa época, le hicieron pensar que había encontrado un método que le iba a permitir sumar cualquier serie de números. Esta impresión se vio reforzada cuando Leibniz le contó su descubrimiento a Huygens quien, para probarlo, le propuso que sumara la serie de los inversos de los números triangulares, esto es —salvo una constante—, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + ...$ —Leibniz lo contó con detalle en la *Historia et origo*—. Da la casualidad que esta serie es de las pocas que pueden ser sumadas aplicando el procedimiento de Leibniz, toda vez que el inverso de un número triangular

$\frac{1}{n(n+1)}$ es la diferencia entre $\frac{1}{n}$ y $\frac{1}{n+1}$, de manera que $\frac{1}{2}$ + $+ \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + ... = 1$. A partir de aquí, Leibniz sumó otras series similares formadas con números piramidales y preparó, de hecho, un pequeño tratado para publicarlo en el *Journal de Savants,* aunque no llegó a ver la luz porque la revista estuvo sin publicarse durante todo el año 1673.[20] En este tratado Leibniz cita a Cavalieri, Galileo, Wallis, Gregory, Pascal, Saint Vincent y Arquímedes —también a Hobbes como gran matemático—, lo que indica una mejora en su formación matemática.

En enero de 1673 Leibniz visitó por primera vez Londres. Cursó enseguida visita a Henry Oldenburg, el secretario de la *Royal Society* —y compatriota suyo— que le abrió las puertas de la casa.[21] Leibniz presentó a la sociedad, en sesión del 22 de

20. Del tratado se conservan dos copias manuscritas [Hofmann, 1974: 22].

21. Henry Oldenburg nació en Bremen hacia 1618. Poco se sabe de sus años de juventud: estudió teología en Bremen y después marchó a la Universidad de Utrecht (1641). Es posible que hasta 1653 y 1654, fechas en las que fue comisionado por el gobierno de Bremen para sendas misiones diplomáticas en la Inglaterra de Oliver Cromwell, ejerciera de tutor privado, lo que le pudo dar cierto conocimiento de Francia, Italia, Suiza y posiblemente Inglaterra. A partir de entonces y hasta 1661, fecha en la que ingresó en la *Royal Society*, residió intermitentemente en Inglaterra, donde ejerció de tutor para algunos jóvenes ingleses —un sobrino de Robert Boyle, por ejemplo—. Oldenburg aparece como uno de los secretarios de la *Royal Society* en las dos primeras cartas reales de constitución en 1662 y 1663; puesto que probablemente consiguió por influencia de Robert Boyle, pero también por sus contactos científicos en el continente y su conocimiento de idiomas. Oldenburg fue secretario de la *Royal Society* durante quince años, hasta su muerte en 1677: en esos años creó un completo sistema de archivos —que todavía se conserva— y una red de corresponsales científicos dentro y fuera de Inglaterra que le permitió impulsar y mantener un importantísimo intercambio científico —a través de él se cursaron Newton y Leibniz sus importantes y decisivas cartas en 1676 y 1677; correspondencia que cesó tras la muerte de Oldenburg—. Téngase en cuenta, además, la dificultad técnica del asunto, habida cuenta de que por esa época el servicio postal era o inexistente o en cualquier caso muy precario, especialmente entre países que a menudo estaban en guerra unos con otros. Usando canales diplomáticos, Oldenburg llegó a crear una red de agentes que facilitaron los envíos de correspondencia especialmente en tiempos de guerra; esto añadía cierto riesgo a la empresa: en 1667 Oldenburg pasó varios meses en la

enero de 1673, un modelo en madera de su máquina de calcular —sumaba, restaba, multiplicaba y dividía— que había preparado en París; a pesar de que era un modelo no muy perfeccionado le supuso, a la postre, su ingreso en la *Royal Society.*[22]

Poco después se produjo el incidente entre Leibniz y John Pell que tanto le reprocharon a Leibniz los ingleses durante la polémica —Leibniz lo contó, algo endulzado, en la *Historia et origo* mientras que Newton no perdió ocasión en el *Account* de mostrar, una vez más, una versión más dura e hiriente para con su rival—. Leibniz conoció a Pell durante una visita que cursó a Robert Boyle en casa de la hermana de éste en Pall Mall —según cuenta Leibniz en la *Historia et origo*, visitó a Boyle en varias ocasiones pues *no desdeñaba la química*—. Leibniz le comentó a Pell que había descubierto un método general para representar e interpolar series usando diferencias —véase [Fraser, 1919]—. Pell se mostró sorprendido pues, dado que Leibniz venía de París, debía de conocer que esos resultados, descubiertos por Regnaud, ya habían sido publicados en Francia hacía tan sólo unos años por Mouton;[23] incluso también en Inglaterra —Briggs, Mercator, sin contar lo que Gregory había comunicado a Collins—. Leibniz se apresuró a consultar al día siguiente el libro de Mouton —en la biblioteca de la *Royal Society*— para comprobar la veracidad de lo que Pell le había dicho. El caso es que la versión leibniziana de las diferencias finitas quedó registrada en una carta que Leibniz envió a Oldenburg[24] el 3 de febrero de 1673 —y éste comunicó a New-

---

Torre de Londres, posiblemente por hacer, en carta dirigida a un extranjero, alusiones *poco patrióticas* sobre el gobierno inglés [Biogr. cient. V, 1981: 200-203]. Dado que Oldenburg no era un experto matemático recurrió, en parte, a Collins para atender esa correspondencia.

22. En abril Oldenburg le comunicó por carta su admisión como miembro; aunque dos meses después le tuvo que recordar su compromiso de presentar un modelo más perfeccionado, compromiso que Leibniz tardó años en cumplir —un modelo adecuado sólo estuvo listo para el verano de 1674, gracias a que Leibniz encontró un relojero parisino llamado Olivier que se tomó en serio el trabajo [Hofmann, 1974: 79].

23. Se refiere a las tabulaciones que, usando diferencias, había hecho François Regnaud y publicadas en 1670 por el francés Gabriel Mouton en su *Observationes diametrorum Solis et lunae apparentium.*

24. Leibniz ni siquiera se pudo despedir de Oldenburg al tener que aban-

ton poco después— con el resultado de que, cuarenta años después, cuando la disputa sobre la prioridad en la invención del cálculo, Newton incluyó una mención del incidente —como queriendo mostrar una cierta tendencia al plagio intrínseca del carácter de Leibniz— en el dictamen que él mismo redactó para la comisión de la *Royal Society* que estudió la acusación de plagio lanzada por John Keill a Leibniz —además de en el *Account*—. Después incluyó la carta de Leibniz a Oldenburg en el *Commercium Epistolicum* (1712) para demostrar la razón que asistió a John Pell cuando éste, según Newton, «acusó a Leibniz de haber copiado el método de interpolación del libro de Mouton».

En los siguientes meses se produjo un intercambio de cartas entre Leibniz y Oldenburg —asesorado en cuestiones matemáticas por Collins—, donde Leibniz volvió a mostrar su diletantismo y su preocupante desconocimiento de las matemáticas del momento —en esa época, según reconoció Leibniz en la *Historia et origo*, no sabía nada de geometría—. Así, por ejemplo, Leibniz, en carta de abril de 1673, le comunicó a Oldenburg sus resultados sobre las sumas de los inversos de números figurados —de los que Newton hizo burla, por simples y sencillos, en el *Account*—; ante la información de Oldenburg de que sus resultados podían encontrarse en el libro *Quadrature arithmeticae* de Pietro Mengoli, Leibniz respondió, equivocadamente, que Mengoli sólo resolvía sumas finitas y no series infinitas. De haber estudiado Leibniz con algo más de cuidado el libro de Mengoli podía haber concluido, y dejado por escrito, lo que diferenciaba sus resultados de los de Mengoli: el método empleado para obtenerlos.

Entre lo que Oldenburg le comunicó a Leibniz, se encontraban los resultados que Collins juzgaba más representativos de lo que los matemáticos británicos habían descubierto: eran colecciones de resultados —a veces difícilmente comprensibles y con errores debidos al copista—, nunca métodos para obtenerlos, y buscaban, dado que los intercambios epistolares a menudo se conservaban en los registros de la *Royal Society,* garantizar la paternidad de los resultados para los compatriotas de Collins.

---

donar precipitadamente Londres la delegación de Maguncia donde se integraba.

Newton, de hecho, usó después profusamente estas cartas para fundamentar su acusación de plagio contra Leibniz, a pesar de que lo que Oldenburg le envió a Leibniz no fueron las cartas de Collins; Oldenburg las traducía del inglés al latín y a menudo recortaba su contenido: este recorte, junto con los errores que en no pocas ocasiones se cometían, al transcribir los resultados matemáticos, los hacían prácticamente incomprensibles.

Motivado por lo que Oldenburg le envió, Leibniz entendió que debía dedicar más tiempo y esfuerzo a las matemáticas, en particular a completar su formación. Por esos días, la *grande passion* hacia ellas le había atrapado. Interrumpió durante más de un año la correspondencia con Oldenburg y se puso a la tarea. En palabras de Hofmann: «Abandonó su relación con Oldenburg para aprender por sí mismo y llenar las lagunas en su conocimiento matemático, de las que era ahora dolorosamente consciente. Hasta después del verano de 1674 no reanudó la relación otra vez; era entonces una persona diferente, ahora perfectamente conocedor de este campo» [Hofmann, 1974: 45].

Leibniz escribió en la *Historia et origo* que debía su introducción en la matemática avanzada al ejemplo y preceptos de Huygens; siguiendo las recomendaciones del holandés que, en los altibajos de su aprecio por Leibniz pasaba por una etapa propicia, Leibniz estudió a Pascal, Fabri, Gregory, Saint Vincent, Descartes y Sluse, a los que se añadió Mercator, cuyo libro *Logarithmotechnia* había comprado en Londres —lo mismo que las *Lectiones* de Barrow, aunque éstas parece que las estudió algunos años después [Hofmann, 1974: 75]—; encontró los libros del resto de los autores en la biblioteca real, aunque a veces es posible que comprara su propio ejemplar —seguramente ocurrió así con la edición de Van Schootens de la *Géométrie,* el libro que en Nuremberg le pareció tan complicado— [Hofmann, 1974: 48]. Especialmente relevante fue el estudio del *Traite des sinus du quart de circle*, de Pascal,[25] donde aprendió

25. Leibniz mostró su máquina de calcular, posiblemente en junio de 1674, a un sobrino de Pascal —Pascal también ideó una máquina calculadora, aunque sólo sumaba y restaba—.Tras lamentarse de que todavía quedaran artículos de Pascal sin publicar, Leibniz consiguió que su sobrino le enviara algunos manuscritos del matemático y filósofo francés [Hofmann, 1974: 80 y 179].

el uso de lo que después denominaría el *triángulo característico.* Años después, en una carta a Jacobo Bernoulli le comentaría que fue este trabajo de Pascal el que, como un relámpago, le hizo ver con claridad que los problemas de tangentes y cuadraturas eran inversos, añadiendo que Pascal tuvo que tener una venda en los ojos para no haberlo visto él mismo —hay un eco de esto en la *Historia et origo.*

El triángulo característico lo usó Leibniz a lo largo de 1673 para hacer algunos descubrimientos importantes, como su método de transmutación —algo así como la integración por partes actual—, método que aparece explicado con cierto detalle en la *Historia et origo* y que le permitió entre otras cosas calcular el desarrollo en series para el arco tangente a partir del cual obtuvo su célebre serie para el número π. A raíz de esta cuadratura aritmética del círculo, Leibniz discutió en diciembre de 1673 con Huygens sobre la cuadratura clásica griega usando regla y compás. Leibniz estaba más cerca de la postura de Wallis y Gregory —que pensaban que era imposible— que de la de Huygens —que la veía posible—. Los dos primeros, de hecho, decían haber encontrado una demostración; aunque la de Gregory era mucho más profunda y ambiciosa que la de Wallis, ambas eran erróneas y Leibniz encontró, de hecho, el error cometido por Gregory en la suya.

Después de sus estudios y descubrimientos sobre cuadraturas, estudió los problemas de tangentes, siendo su principal fuente el método de Sluse. Hofmann, basándose en un detallado estudio de los manuscritos de Leibniz de esta época, concluye que sus fuentes no fueron ni Newton ni Barrow, sino los antes mencionados, a los que habría que añadir a Huygens.

Leibniz puso entonces en conocimiento de Oldenburg —en varias cartas que le envió en el segundo semestre de 1674 y los primeros meses de 1675— sus progresos en matemáticas obtenidos, en parte, por *una suerte rara*, por usar sus propias palabras [NC I, 1959: 313]. En particular, le puso al tanto, aunque sin dar ningún detalle ni fórmula, de la serie para π —aclarando que no entraba en contradicción con la imposibilidad de cuadrar el círculo presuntamente demostrada por Gregory [NC I, 1959: 336]—, del desarrollo en serie para el arcoseno, y del método de transmutación —mencionado implícitamente—.

La respuesta de Oldenburg lo muestra más crítico con Leibniz de lo que lo fue al principio de su relación —sin duda influido por el diletantismo del que en esa época hizo gala Leibniz—; en ella, y tras escribir sibilinamente: «no me gustaría dejar de llamar su atención de que la teoría y el método para la medición de curvas que usa el ya mencionado Gregory, y también Isaac Newton, pueden ser extendidos a cualquiera curva, mecánica o geométrica» [NC I, 1959: 330], le comentaba a Leibniz, sin detalles ni fórmulas, lo que podían hacer los matemáticos británicos, en particular Newton y Gregory. Sobre estos resultados, Leibniz pidió más datos y detalles en su carta del 20 de marzo de 1675; Oldenburg los solicitó a su vez a Collins, y remitió finalmente una carta a Leibniz el 12 de abril de 1675 donde incluía las series newtonianas para el seno y el arcoseno, las de Gregory para la tangente y arcotangente —más algunas series suyas de interpolación— y algunos otros resultados sobre cuadraturas y otras cuestiones —la carta, en cualquier caso, incluía resultados pero no métodos—. Al recibo, Leibniz agradeció las series a Oldenburg y, en opinión de Hofmann [Hofmann, 1974: 140], sin apreciar o entender bien lo que se le enviaba, prometió compararlas con las suyas y dar entonces una opinión más formada, cosa que nunca hizo. Dado que algunas de las series le llegaron después por otra vía, esto fue motivo para que Newton le acusara después, en el *Account,* de haber plagiado las suyas de las que se le habían enviado a través de Oldenburg.

Podemos datar en los días finales de octubre y los primeros de noviembre de 1675, el nacimiento del cálculo leibniziano —si no fuera arriesgado, e incluso incorrecto, poner fecha de nacimiento a un descubrimiento como el del cálculo—. El caso es que en los manuscritos conservados de esos días, en especial los fechados el 29 de octubre y 11 de noviembre, Leibniz introdujo su notación para el cálculo, engrasó con ella el proceso algorítmico que a la postre marcaría las diferencias con lo que sus predecesores habían manejado, indagó sobre las reglas que lo rigen e identificó los procesos de integración y diferenciación como inversos. En palabras de Hofmann: «Una vez que este primer y crucial paso hacia la "algebrización" de problemas infinitesimales se había dado, una nueva visión se desveló a un hombre experimentado en identificar elementos característicos

y generales entre una mezcolanza de cosas similares. [...] Tuvo una idea clara de lo mucho que todavía faltaba en su cálculo, pero sabía que sus defectos podían ser remediados y que el camino a un nuevo mundo había sido abierto». [Hofmann, 1974: 194]. La clave bien pudo estar en la investigación sobre los problemas inversos de tangentes que Leibniz había retomado en octubre de 1675, tras su éxito inicial un año antes al determinar una curva dada su subnormal y su posterior estancamiento.

En un manuscrito fechado el 29 de octubre de 1675, Leibniz introdujo el signo $\int$, una estilización de la letra inicial de la palabra latina *summa*, para denotar la operación de suma de infinitésimos, hasta entonces venía usando la abreviación latina *omn.*, de *omnium: todos*, tomada de Cavalieri. Allí escribió: «Será útil escribir $\int$ para *omn.*, de manera que $\int l = omn.l$, o la suma de *las l's*» [Child, 1920: 80].

Un poco más adelante en ese mismo manuscrito introdujo la letra *d* para denotar diferencias. Inicialmente situó la letra *d* en el denominador: «Esto se obtiene por el cálculo contrario, esto es, supongamos que $\int l = ya$, pongamos $l = \frac{ya}{d}$; entonces justo como $\int$ crece, así *d* disminuirá las dimensiones. Pero $\int$ significa una suma y *d* una diferencia» [Child, 1920: 82]. Pocos días después, en un manuscrito fechado el 11 de noviembre de 1675, la *d* pasa arriba y $\frac{x}{d}$ pasará a denotarse como dx. En ese mismo manuscrito, Leibniz se preguntaba sobre si sería o no igual $d(xy)$ a $dxdy$, o $d\left(\frac{x}{y}\right)$ a $\frac{dx}{dy}$, para concluir que no [Child, 1920: 100-102], aunque tardaría en encontrar las fórmulas correctas para diferenciar productos y cocientes.

Para que Leibniz pudiera ver de entre la maraña de resultados geométricos sobre cuadraturas, centros de gravedad, tangentes, problemas inversos de tangentes, etc., de sus predecesores los patrones comunes que le llevaron a sintetizar los procesos de integración y diferenciación, fue fundamental el uso del lenguaje algebraico del que Leibniz se hizo buen perito durante las investigaciones sobre la resolución de ecuaciones realizadas los meses anteriores a octubre de 1675; investigaciones algebraicas, todo hay que decirlo, bastante infructuosas y

decepcionantes, pero que tuvieron a la postre la ventaja de mostrar a Leibniz cómo usar el poderoso lenguaje del álgebra, sin el cual no hubiera inventado su método de cálculo.

Leibniz comunicó lo esencial de su método a Newton en sus respuestas a las cartas que éste le envió —vía Oldenburg— en junio y octubre de 1676. Pero eso se tratará algo más adelante.

Desde el punto de vista laboral, los años de París fueron para Leibniz bastante agónicos. Tras la muerte del elector de Maguncia en febrero de 1673, y los cambios en la guerra de Francia con Holanda que hicieron perder sentido a su misión político/diplomática en París, Leibniz empezó a temer la orden de regreso a Alemania, por más que su nuevo patrón le ofreciera seguir en París sin que su puesto peligrase [Hofmann, 1974: 46]. Leibniz hizo varios intentos, todos ellos infructuosos, de conseguir trabajo en París, ya fuera en la carrera diplomática, donde su origen plebeyo constituyó un obstáculo insalvable, ya fuera tratando de obtener un puesto remunerado en la *Académie Royale des Sciences*; allí presentó al inicio de 1675 su máquina de calcular, pero el cupo de extranjeros contratados —Huygens y Cassini— era demasiado alto para que los franceses contrataran a otro más y, así, por más que utilizó durante todo el segundo semestre de 1675 sus contactos e influencias, entonces ya numerosos, o intentara alcanzar la cátedra Ramus del *College de France*, vacante tras la muerte de Roverbal en octubre de 1675, todo fue en vano. Pasaba el tiempo y la única oferta de trabajo disponible empezó a ser la de entrar al servicio del duque Johann Friedrich, elector de Hannover; oferta que finalmente aceptó, aunque esto suponía que Leibniz tendría que vivir en Hannover, aislado de los principales centros científicos y pendiente del favor del elector, con el riesgo siempre alto de perderlo [Hofmann, 1974: 126]. Consiguió prorrogar cuanto pudo su estancia en París; primero hasta mayo de 1676, después hasta octubre de 1676. Pero eso fue todo, habiéndose garantizado el puesto de bibliotecario en Hannover —con el sueldo desde enero—, Leibniz abandonó París camino de Alemania el 4 de octubre de 1676. Nunca más volvería a la ciudad donde, en los momentos de más presión y pesar por su futuro laboral, descubrió el cálculo.

Pero Leibniz no volvió directamente a Hannover, sino que

lo hizo por Londres y Amsterdam. En Londres estuvo diez días y, entre otras cosas, visitó a Collins. «Deslumbrado por su visitante», cuenta Westfall, «Collins le abrió sus archivos». Leibniz leyó el *De Analysi*, entre otros tratados, e incluso tomó notas,[26] aunque sólo de los desarrollos en serie, «que vio era la materia sobre la que los matemáticos británicos le podían instruir. La ausencia de notas sobre el cálculo fluxional implica que no vio nada allí que no supiera ya. Después de la partida de Leibniz, Collins volvió a la realidad y cayó en la cuenta del tamaño de su indiscreción. Nunca le dijo a Newton lo que le había mostrado a Leibniz [...]. Por su parte, Leibniz eligió no mencionarlo» [Westfall, 1983: 264].[27]

Cuando veinticinco años después empezara la polémica por la prioridad en el descubrimiento del cálculo, lo que Leibniz viera o no viera durante esta su segunda visita a Londres iba a ser determinante. Tanto como las cartas que encajaron esa visita son las que Newton envió a Leibniz a través de Oldenburg fechadas el 13 de junio y el 24 de octubre de 1676 —las que después Newton llamó *Epistolae prior* y *posterior* respectivamente—, y las correspondientes respuestas de Leibniz. De todo lo referente a ellas me voy a ocupar a continuación.

26. El extracto que hizo del *De Analysi* se puede leer en [Whiteside II, 1968: 248-259]; no deja de ser curioso observar cómo, en una ocasión, Leibniz sustituyó la palabra área que Newton usaba por su recién inventado signo $\int$ —página 249 y también 170.

27. No fue esto lo único que Leibniz dejaría luego de mencionar de todo lo que aprendió en su camino de vuelta a Alemania. En Amsterdam, Leibniz frecuentó a Baruch Spinoza durante un mes, y conoció parte de la *Ética*, todavía en forma manuscrita. Leibniz posteriormente renegó de Spinoza —cuando Leibniz lo visitó, Spinoza, que moriría al año siguiente, llevaba ya tiempo siendo un apestado social—, prefirió no mencionar, ni agradecer, lo mucho que éste le había enseñado durante sus discusiones [Russell, 1999: 200], y tampoco quiso reconocer que la enorme influencia de la *Ética* de Spinoza marcó su filosofía posterior sobre ese asunto.

3. Intercambio epistolar

Para entender cabalmente la disputa entre Newton y Leibniz sobre la prioridad en el descubrimiento del cálculo, hay que calibrar de manera adecuada la enfermiza aversión de Newton a publicar sus obras. El lector ya tiene elementos de juicio: recuerde las repetidas negativas que Newton transmitió a Barrow y a Collins sobre la publicación del *De Analysi* después de dárselo a conocer a mediados de 1669. Siete años después todavía estaba discutiendo con Collins sobre el particular; en una carta fechada el 5 de septiembre de 1676 le decía: «En cuanto a los papeles que le envié a usted acerca de series infinitas [se trata del *De Analysi*], no sé si serán apropiados para publicarlos. Lo dejo a su discreción. Me temo que también se podrían guardar, pero si piensa de otra forma le ruego que me tenga al tanto antes de llevarlos a la imprenta, para cambiar entonces una expresión o dos» [NC II, 1960: 95]; que se sepa, Collins nunca más le mencionó el asunto. Wallis se uniría con el tiempo a ese populoso coro, iniciado por Collins y Barrow, de los que apremiaron a Newton para que publicase sus trabajos. La aversión de Newton a publicar —mezcla de incertidumbres, perplejidades y miedos— podría ilustrarse con mil y un ejemplos más —aparecerá, de hecho, de tanto en tanto por estas páginas— y alcanzó proporciones de paranoia, posibilitando, a la postre, la disputa con Leibniz.

Con la publicación de su primer trabajo científico en 1672, y la consiguiente disputa que generó, sobre todo con Robert Hooke, Newton confirmó todos los temores que le disuadían de publicar, lo que sin duda exacerbó sus recelos. De hecho, y como consecuencia de esta crisis, Newton pidió a Oldenburg —por entonces secretario de la *Royal Society*—, en carta fechada el 8 de marzo de 1673, su baja de la sociedad. Oldenburg recurrió a Collins, quien consiguió que Newton reconsiderara su decisión —así se lo hizo saber en carta a Oldenburg fechada el 23 de junio—. Newton no volvió a escribir a Oldenburg hasta diciembre de 1674. Con Collins hubo también una interrupción de casi un año en la correspondencia. Aunque la disputa con Hooke sobre la naturaleza de la luz y los colores pareció

distenderse en 1676, al menos formalmente, tras un intercambio de cartas entre ellos —sin intermediarios—. Newton tenía otro frente abierto sobre este asunto de la luz desde que en otoño de 1674 recibiera, vía Oldenburg, una carta con críticas de un tal *Linus* —el jesuita inglés Francis Hall—. La polémica con *Linus* fue especialmente exasperante para Newton [Westfall, 1983: 267], a lo que no sería ajeno que su oponente fuera un jesuita —un *papista* en suma—. La muerte de *Linus* a principios de 1676 no acabó con el problema: inmediatamente recibió cartas de allegados a *Linus* dispuestos a seguir la pelea, que se recrudeció justamente hacia junio de 1676 —generando las consiguientes alteraciones en el ánimo de Newton.

Fue precisamente entonces cuando Oldenburg le hizo llegar las demandas de Leibniz, que quería saber más sobre desarrollos en series. La cuestión generó un intercambio de cartas entre Newton y Leibniz, vía Oldenburg, fruto del cual fueron las newtonianas *Epistolae prior* —fechada el 13 de junio de 1676—[28] y *posterior* —fechada a su vez el 24 de octubre de 1676—; y las respuestas leibnizianas de fechas 17 de agosto de 1676 —a la *Epistola prior*— y 11/12 de junio de 1677 —a la *Epistola posterior*—. No deja de ser significativo que las cartas de Leibniz, a diferencia de las de Newton, carezcan de nombre propio.

Ya se apuntó arriba que, a través de Oldenburg y Collins, Leibniz recibió información de lo que los matemáticos ingleses

28. En el origen de la *Epistola prior* hubo otro matemático alemán de por medio. Se trata del noble sajón E. Walter de Tschirnhaus, algebrista y cartesiano acérrimo, a quien Leibniz recibió en otoño de 1675 por recomendación de Oldenburg. Tschirnhaus envió a los ingleses una defensa de la matemática cartesiana; la *Epistola prior* es, hasta cierto punto, parte de la respuesta de éstos. De hecho, Oldenburg la remitió a ambos, Leibniz y Tschirnhaus, que por entonces estaban en París. Tschirnhaus marchó al poco tiempo de París y, aunque contestó a la *Epistola prior*, no interviene en la *Epistola posterior*. Por más que Tschirnhaus siguiera mateniendo cierta relación con Leibniz —fue la primera fuente que asignó una influencia decisiva de las *Lectiones geometricae* de Barrow en Leibniz, argumento con el que se muestra muy en desacuerdo Hofmann [Hofmann, 1974: 173]—, y que una vez muerto en 1708, su nombre saliera como el de uno de los que podrían haber sido testigos en la disputa por la prioridad —Leibniz lo propuso en la *Historia et origo*—, lo pasaré por alto para abreviar. Para los detalles véase [Hofmann, 1974: cap. 12 y 18].

investigaban, especialmente en lo referente a los desarrollos en serie. Precisamente, en mayo de 1675, Collins había enviado una carta a Leibniz —que éste recibió— con nueve de estos desarrollos —sin demostraciones—, entre los que se encontraban los del seno y el arcoseno. Estos últimos los recibió posteriormente Leibniz por otra vía: Collins se los envió a través de un matemático danés —George Mohr—. Entonces Leibniz escribió a Oldenburg solicitando la demostración: «si escribimos x para el seno, z para el arco y consideramos radio unidad entonces:

$$z = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{512}x^7 + \frac{35}{1.152}x^9, \text{ etc.},$$

$$x = z - \frac{z^3}{6} + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5.040}z^7 + \frac{1}{362.880}z^9, \text{ etc.},$$

[...] dado que estos desarrollos me parecen muy ingeniosos, la última serie en particular tiene cierta rara elegancia, le estaría muy agradecido, ilustre señor, si me enviara las demostraciones. A vuelta, le enviaré mis propios hallazgos sobre este asunto, muy diferentes de éstos; acerca de ello le escribí por extenso hace varios años, aunque sin incluir la demostración, que estoy ahora elaborando» [NC II, 1960: 4]. Adviértase que Leibniz no pide a Oldenburg que pregunte precisamente a Newton por las demostraciones; como señaló Westfall, para Leibniz, «Newton era sólo un nombre entre otros. Bajo ningún concepto lo veía Leibniz en 1675 como la figura dominante de los matemáticos ingleses» [Westfall, 1983: 261]. Este juicio de Leibniz iba pronto a cambiar.

Oldenburg le pasó a Newton la pregunta de Leibniz en carta de fecha 15 de mayo de 1676 ahora perdida; se conserva, sin embargo, una nota escrita por Oldenburg en el anverso de una carta que recibió de Newton —fechada el 11 de mayo— donde escribió: «En mi carta [...] hice llegar al señor Newton el asunto del señor Leibniz contenido en la carta que éste me dirigió el 12 de mayo de 1676» [NC II, 1960: 7].

Newton respondió el 13 de junio. El mismo Newton, cuarenta años después llamó a esa carta la *Epistola prior*, para dis-

tinguirla de la que fecharía el 26 de octubre siguiente, a la que llamó *Epistola posterior* [Westfall, 1983: 262].[29]

En ellas ponía por escrito para Leibniz buena parte de lo contenido en *De Analysi* y *De Methodis* sobre desarrollos en serie, aunque poco de su cálculo fluxional.

La *Epistola prior* comienza así: «Aunque la modestia del señor Leibniz, en los extractos de su carta que me remitió usted hace poco [Newton dirige la carta a Oldenburg], elogia grandemente a nuestros compatriotas por cierta teoría de series infinitas, acerca de la que ahora empieza a oírse algo allí, no tengo duda de que él haya descubierto no sólo un método para reducir cualquier cantidad a tales series, como él asegura, sino también varias formas abreviadas, quizá como las nuestras, si no son incluso mejores. No obstante, puesto que solicita saber lo que ha sido descubierto en este aspecto por los ingleses, y puesto que yo mismo estudié esta teoría hace algunos años, le envío a usted, para satisfacer parcialmente sus deseos, algunas de aquellas cosas que se me ocurrieron» [NC II, 1960: 32]. Después sigue la primera aparición pública del celebrado teorema newtoniano del binomio, junto con, entre otras cosas, algunas series más —para el seno y arcoseno—, y cuadraturas, volúmenes y cálculo de longitudes con aplicaciones.[30] Insistiré en que Newton envió sólo y exclusivamente resultados, no métodos ni demostraciones.

Hasta el 26 de julio de 1676 no le envió Oldenburg la copia de la *Epistola prior*[31] a Leibniz —junto con otras cartas de Co-

29. Aunque el apelativo ya apareció en el tomo III de las *Opera* de Wallis (1699) donde se reprodujeron íntegras.

30. Entre otros al problema de Kepler, esto es —en su versión proyectiva—: *dado un punto de la base de un semicírculo, dividir éste, mediante una semirrecta que parta del punto dado, en dos trozos cuyas áreas estén en razón prefijada*; el problema fue propuesto por Kepler en su *Astronomia nova* (1609) y equivale, por la segunda ley del movimiento planetario de Kepler, a encontrar la posición angular de un planeta en su órbita elíptica en un momento dado. Aparte de Newton, el problema de Kepler fue resuelto, analítica o geométricamente, por varios científicos: entre ellos, el propio Kepler, Christopher Wren y James Gregory.

31. De la *Epistola prior* se conservan el original autógrafo de Newton —hoy en la Universidad de Cambridge dentro de la *colección Portsmouth*— y tres copias: una copia con correcciones encontrada entre los documentos de

llins—; actuó así debido a la importancia que daba al envío: fue llevada a París en mano por un tal Samuel König, matemático alemán de Breslau, al que Oldenburg, de paso, recomendó a Leibniz —[Hofmann, 1974: 232]; véase también [NC II, 1960: 55]—. A pesar de la prudencia de Oldenburg, la carta casi se perdió; Leibniz lo contó en la respuesta que fechó el 17 de agosto: «Hasta ayer, 16 de agosto, no recibí su carta de hace un mes; dio la casualidad que pasé por la tienda de un farmacéutico alemán, quien me dijo que un grupo de alemanes que se hospedaban en su casa habían buscado en vano la mía; fue él quien me dio la carta de usted» [NC II, 1960: 65]. En la transcripción que de la carta hizo Oldenburg para la *Royal Society* no incluyó esta explicación —fue así omitida también en la reproducción que hizo Wallis de la respuesta de Leibniz en el tomo III de sus *Opera mathematica*—; esto, que puede parecer irrelevante, tuvo su importancia porque, cuando la disputa entre Newton y Leibniz, los ingleses casi cronometraron lo que tardó Leibniz en contestar las cartas de Newton. La supresión de este párrafo y alguna otra errata —en el tomo III de las *Opera* de Wallis consta que la carta la remitió Oldenburg el 26 de junio, en vez del correcto 26 de julio— dieron la impresión de que Leibniz se tomó seis semanas para responder cuando, como se acaba de referir, lo hizo, casi a vuelta de correo, en tres días [Hofmann, 1974: 232-233].

Para Leibniz, Newton había dejado ya de ser uno más entre los matemáticos ingleses, y así lo expresó en la carta de respuesta: «Los descubrimientos de Newton son dignos de su genio, que tan sobradamente manifestó en sus experimentos de óptica y su anteojo catadióptrico. Su método para obtener raíces de ecuaciones y áreas de figuras mediante series infinitas es bastante diferente al mío, así que cabe preguntarse por los distintos caminos en que uno puede llegar a la misma conclusión» [NC II, 1960: 65].

Newton —también en la *colección Portsmouth*—, la copia que hizo Collins y que tiene anotaciones de David Gregory —se conserva en la *colección Gregory* en la Universidad de Saint Andrews— y la copia que Oldenburg hizo llegar a Leibniz, conservada hoy en la *colección Leibniz* de Hannover [NC II, 1960: 41, n. 1].

Esta carta de Leibniz mostraba lo avanzado de su método de cálculo: entre otras cosas incluyó los desarrollos en serie para la exponencial, seno, coseno, y anticipó también que con su método podía incluso resolver algún que otro problema inverso de tangentes que hasta ese momento nadie había resuelto aunque, equivocadamente, los sustrajo de los que dependían de ecuaciones o cuadraturas: «No me parece que, como dicen sus amigos, los más difíciles problemas —diofánticos aparte— puedan reducirse a series infinitas. Puesto que hay muchos problemas, en tal grado extraordinarios y complicados, que no dependen de las ecuaciones ni de las cuadraturas y, por ejemplo —entre otros muchos—, los problemas inversos de tangentes, de los que Descartes mismo admitió que estaban fuera de sus posibilidades» [NC II, 1960: 71]. Leibniz describió entonces el problema de la curva con subtangente constante que, en efecto, propuso un alumno de Descartes —Florimond de Beaune— y estaba todavía pendiente de resolverse. Sobre su solución, Leibniz aseguraba: «Ni Descartes, ni De Beaune, ni ningún otro, hasta donde yo sé, han encontrado esta curva. Sin embargo, en el día, en la misma hora incluso, cuando empecé a examinar el problema, lo resolví usando mi método. Reconozco que todavía no he conseguido en ese campo todo lo que podamos proponernos» [NC II, 1960: 71]. La resolución del problema de la curva de subtangente constante —la exponencial— aparecería como colofón de su primer artículo sobre el cálculo publicado en las *Acta Eruditorum* ocho años después. En su carta, Leibniz también pedía aclaraciones a Newton sobre su teorema del binomio: «Me gustaría también que el distinguido Newton explicara algunos asuntos con más detalle, tal como el origen del teorema que incluye al principio» [NC II, 1960: 69]. La solicitud de estas aclaraciones fue luego interpretada por Newton en el *Account* como juego sucio por parte de Leibniz que quería sonsacarle a Newton más información sobre sus métodos para desarrollar así los propios.

La respuesta de Leibniz le fue enviada a Newton por Oldenburg a principios de septiembre de 1676, según consta en carta de Collins a Newton de 9 de septiembre [NC II, 1960: 99] —por cierto que Collins envió otra copia de la carta de Leibniz a Wallis, que éste recibió el 15 de septiembre [NC II, 1960:

101]—. Collins, preocupado por el contenido de la respuesta de Leibniz, volvió entonces a instar a Newton para que publicara su método: «[...] Leibniz [...], que es persona de gran valía y sinceridad, si bien asegura que la doctrina de series infinitas puede ampliarse o las series mismas obtenerse por principios más sencillos que los de usted, también reconoce que usted se ha tomado el esfuerzo de hacerlo por su propio método, siendo el resultado, aunque no el camino de obtenerlo, igual en ambos; pienso no obstante que haría usted bien en publicar lo mismo en latín [...]» [NC II, 1960: 99]. A lo que Newton respondió (8 de noviembre): «Tomo el consejo de usted de publicar mi método como un acto de amistad singular siendo yo, según creo, censurado por otros por mis escasas publicaciones [...] Pensando remediar esta situación, he descubierto lo que me conviene, y esto es dejar reposar lo que escribo hasta que yo esté fuera del camino. En cuanto a su aprensión de que el método del señor Leibniz pueda ser más general o más fácil que el mío, no hallará nada de eso. Su observación sobre reducir todas las raíces a fracciones es muy ingeniosa y, desde luego, su camino para extraer raíces de ecuaciones afectadas está más allá de ello: pero para desarrollar series me parece muy laborioso en comparación con los caminos que yo sigo, si bien para otros fines puede ser de un uso excelente. En lo que respecta al método de transmutaciones en general, supongo que ha hecho mejoras posteriores a las de otros, pero me atrevo a decir que, todo lo que se puede hacer con ello, se puede hacer mejor sin ello por la simple consideración de la ordenada: sin exceptuar el método de reducir raíces a fracciones. La ventaja del camino que yo sigo la puede adivinar usted por las conclusiones que se extraen de él, las cuales he establecido en mi respuesta al señor Leibniz, aunque allí no lo he dicho todo» [NC II, 1960: 179]. Desde el punto de vista histórico, y para la disputa con Leibniz, es relevante el último párrafo de esta carta:[32] «Habrá quien vea temeraria

32. Esta carta de Newton a Collins fue publicada (parcialmente) por primera vez en 1711 junto con el *De Analysi* y otras obras de Newton editadas por William Jones bajo el título de *Analysis per quantitatum series, fluxiones ac differentias, cun enumeratione linearum tertii ordinis* —véase [Newton, 2003].

esta afirmación, por ser sumamente difícil decir si puede cuadrarse una figura o compararse con otras; mas a mí me es manifiesto a partir de la fuente de donde lo deduje, aun cuando no quiera hacerme cargo de demostrarla a otros. El mismo método comprende ecuaciones de cuatro términos y otras, mas no en general, desde luego» (Ibíd.). Según Newton y sus defensores, este párrafo se refiere al *De Quadratura curvarum*; durante la disputa con Lebiniz, el bando newtoniano lo usó reiteradas veces como prueba de que, hacia 1676, Newton tenía redactada una primera versión del *De Quadratura curvarum*, cuando la realidad es que esto no ocurrió hasta quince años después [Whiteside III, 1969: 19]; el mismo Newton lo afirmó así en el *Account*. En realidad, el *De Quadratura curvarum* lo empezó a componer Newton a finales de 1691, motivado por algunas cuadraturas que había incluido en la *Epistola posterior* y, sobre todo, al tener noticia de que David Gregory tenía intención de publicar en las *Philosophical Transactions* algunos resultados similares; Newton tuvo intención de darlo pronto a la imprenta, pero hacia marzo de 1692 se arrepintió y lo dejó inacabado. Una parte de la importancia del tratado en la disputa con Leibniz radica en que en esa versión revisada del *Tractatus de Quadratura curvarum*, Newton usó, sistemáticamente y por primera vez en un trabajo pensado para darlo a la imprenta, la notación de las variables puntuadas para indicar las fluxiones. Dado que Leibniz insistió durante la polémica en la importancia de la notación, y en que Newton no tenía ninguna cuando se produjo su comercio epistolar, es fácilmente imaginable lo conveniente que fue entonces para Newton adelantar la fecha de realización del *De Quadratura curvarum,* lo cual hizo aun faltando a la verdad.

Pero volvamos a las *Epistolae*. En palabras de Hofmann, lo que Newton pudo deducir de la primera carta de Leibniz fue que[33] «no había producido nada esencialmente nuevo, ni desde

33. De la carta de Leibniz —custodiada en el Museo Británico—, que fue copiada por Collins cometiendo algunas erratas, se conservan en Hannover dos borradores —fechados el 24 de agosto de 1676—. También se conserva la transcripción enviada a Newton —no así la que Collins envió a Wallis—, a partir de la cual fue publicada la carta de Leibniz en el tomo III de las *Opera* de Wallis —como se contará más adelante, Wallis solicitó permiso para ello a

un punto de vista general, ni como resultado individual. La cosa olía a plagio» [Hofmann, 1974: 260].

Por ir calibrando lo que llegó a ser la polémica sobre el descubrimiento del cálculo, conviene citar aquí uno de los errores de transcripción que cometió Collins. Refiriéndose a la curva que aparece en el problema de De Beaune, donde Leibniz escribió *hujus naturae*, Collins copió *ludus naturae,* esto es, Collins transformó curva de *esta naturaleza* por la expresión, un tanto incomprensible, curva *de naturaleza caprichosa*. Newton mostró ya su estrañeza en la *Epistola posterior*, y el error se reprodujo en las posteriores ediciones del *Commercium Epistolicum*, por más que Leibniz en una carta a Conti fechada el 9 de abril de 1716 señalara el error. A esos extremos llegó la polémica, donde había que luchar palabra por palabra: como ya escribí antes, un penoso remedo del pelear casa por casa, o calle por calle, de las guerras urbanas.

A la carta de Leibniz contestó Newton el 24 de octubre con la *Epistola posterior* —«la más larga carta sobre matemáticas que Newton escribiría» [Whiteside IV, 1971: 671]—. Aparte del interés científico, la *Epistola posterior* tiene también gran interés histórico, porque Newton reveló en ella algunos datos biográficos interesantes. Son de destacar los dos anagramas que Newton incluyó en la carta, en parte porque en los peores momentos de la disputa con Leibniz, permitieron a Newton cierto margen para su manipulación —en el *Account*, por ejemplo, donde Newton hizo repetidas referencias a ellos—. El primero de los anagramas lo incluyó Newton cuando, mencionando sus dudas a la hora de publicar su método infinitesimal, parecía que iba a contarlo o, por lo menos, a adelantar algo de él; se escabulló entonces con un singular mensaje cifrado: «Puesto que no puedo ir con la explicación [del método infinitesimal] ahora, he preferido ocultarlo así: *6accdae13eff7i3l9n4o4qrr4s8t12vx*» [NC II, 1960: 134]. Según anotaciones de Newton —que a requerimiento de Wallis envió a Leibniz en su carta del 16 de oc-

Leibniz que éste concedió gustoso—, y en el *Commercium Epistolicum* (1712). El texto completo se publicó por primera vez en el tomo II de la correspondencia de Newton (1960) [Hofmann, 1974: 232], [NC II, 1960: 71/72, n. 1].

tubre de 1693—, el anagrama indica las veces que cada letra aparece en la frase oculta, que sería: *Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire e vice versa* [NC II, 1960: 153, n. 25]; esto es, *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa.*[34]

Tras exponer ejemplos ilustrativos de cómo se pueden invertir series, Newton se acercó de nuevo peligrosamente a su método de cálculo y volvió a escabullirse con el segundo mensaje cifrado —con el párrafo que sigue, Newton parece querer responder a la afirmación leibniziana de haber resuelto el problema inverso de tangentes de De Beaune—: «Los problemas inversos de tangentes caen dentro de los que puedo resolver, y otros más difíciles que ésos, y para resolverlos he usado dos métodos, uno más elegante y otro más general. Ahora prefiero trascribirlos mediante letras traspuestas, no vaya a ser que otros, obteniendo el mismo resultado, me obliguen a cambiar lo establecido: *5accdae10effh12i4l3m10n6oqqr7s11t9v3x:11ab3cd d10eaeg10ill4m7n6o33q6r5s11t8vx,3acae4egh5i414m5n8oq4r3 s6t4vaaddaeeeeeeiijmmnnoprrrsssssttuu*» [Correspondencia II, 1960: 129]. El nuevo anagrama oculta la frase: *un método que consiste en extraer una cantidad fluente de una ecuación donde a la vez aparece su fluxión; otro asumiendo una serie para cualquier cantidad, de donde el resto pudiera ser convenientemente derivado, y considerando los términos homogéneos de la ecuación resultante para dilucidar los términos de la supuesta serie* —independientemente de la imposibilidad de recuperar la frase desde el anagrama, éste le llegó a Leibniz, además, defectuosamente transcrito— [NC II, 1960: 159, n. 72]. El anagrama lo explicaría en 1693 Wallis en el tomo II de sus *Opera mathematica*, justo al principio del resumen que publicó allí de la primera versión del *De Quadratura curvarum* de Newton.

Unas referencias a ciertas ecuaciones trascendentes men-

34. Aunque la primera vez que reveló la frase oculta fue en el célebre escolio al lema II del libro II de los *Principia* —el lema donde se explican las fórmulas para *derivar* potencias, productos, cocientes—; pero ya habrá ocasión de hablar de esto en la última sección. Por cierto, según Augusto de Morgan, hubo quien sostuvo que Leibniz pudo obtener información del anagrama: J. Raphson en su *The history of fluxions* (1715) [De Morgan, 1914: 93].

cionadas por Leibniz en su carta cerraban la *Epistola posterior*. La intención de Newton fue, además, dar por concluido con esta carta su intercambio epistolar con Leibniz; así se lo explicó a Oldenburg en la nota que acompañaba la *Epistola posterior*: «Espero que esto satisfaga al señor Leibniz y no sea necesario que le escriba nada más sobre este asunto. Tengo otras cosas en la cabeza y supone una desagradable interrupción tener que ponerme ahora con estas cosas» [NC II, 1960: 110]. Un par de días después, Newton le envió a Oldenburg algunas correcciones sobre la *Epistola prior*, añadiendo: «Le ruego que ninguno de mis papeles sobre matemáticas sea publicado sin mi permiso expreso» [NC II, 1960: 163].

La *Epistola posterior*,[35] fechada por Newton el 24 de octubre de 1676, no le llegó a Leibniz hasta junio de 1677: ocho meses después. Leibniz contestó el 21 de junio,[36] inmediatamente después de recibirla, con una carta que es un compendio de su cálculo; como el gran lapso de tiempo transcurrido se usó después para acusar a Leibniz de no contestar hasta haber asimilado el contenido de la carta de Newton —a efectos de elaborar el método de cálculo incluido en su respuesta—, conviene contar por qué la carta tardó tanto en llegarle a Leibniz.[37]

Como se dijo arriba, en octubre de 1676, Leibniz estaba ca-

35. De la *Epistola posterior* se conserva el original de Newton —en el Museo Británico— y tres copias: una en la Universidad de Cambridge dentro de la *colección Portsmouth*, otra hecha por Collins —en la Universidad de Saint Andrews— y la que Oldenburg hizo llegar a Leibniz —en Hannover—. En el original de Newton hay algunas correcciones de mano de Oldenburg, que éste hizo a requerimientos de Newton enviados unos días después —26 de octubre y 14 de noviembre— [NC II, 1960: 149].

36. En el tomo II de *The Correspondence of Isaac Newton*, se fechó esta carta de Leibniz el 11 de junio según el calendario juliano —así también en [Westfall, 1983: 265] o en [Whiteside IV, 1971: 674]—. Según apuntó Hofmann [Hofmann, 1974: 274, n. 73], dado que en Hannover —desde donde Leibniz escribía— todavía estaba en uso el calendario juliano en 1677 —lo estuvo hasta 1700—, no hay que restar los diez días de desfase a la fecha que consta en la carta: 21 de junio.

37. Newton incluso le acusó de haber visto la *Epistola posterior* a finales de octubre o primeros de noviembre durante su segunda visita a Londres —en la segunda edición del *Commercium Epistolicum* (1722), por ejemplo—; lo cual fue imposible pues Leibniz abandonó Londres el 29 de octubre, antes de que la copia de la *Epistola posterior* le pudiera haber llegado a Collins.

mino de Hannover, y Oldenburg no se decidió a enviar la carta de Newton hasta que no supo ciertamente que Leibniz se había instalado; así se lo dice a Leibniz en carta fechada el 22 de febrero de 1677: «Retrasé escribir a usted hasta ahora porque no quería comprometer lo que tengo en mi poder para enviarle, incluyendo una carta de Newton, de contenido tan valioso como larga es su extensión. Tan pronto me entere, si tal ocurre, de que este mensaje le ha llegado, procederé a enviarle, con la cautela debida, lo que tengo aquí para usted» [NC II, 1960: 197]. En esa misma carta Oldenburg acusó recibo de otra con más preguntas sobre series que Leibniz le hizo llegar para Newton desde Amsterdam. Esas preguntas se las envió Collins a Newton con fecha 5 de marzo, donde le contó, de paso, la visita de Leibniz en octubre —omitió Collins, sin embargo, su indiscreción al dejarle sacar extractos del *De Analysi*—; en esa misma carta del 5 de marzo, Collins informó a Newton de que la *Epistola posterior* todavía no le había sido remitida a Leibniz: «Su carta a L[e]ibniz no ha sido todavía enviada, pero dentro de una semana irá alguien a Hannover con quien, junto con varios libros, se le enviará» [NC II, 1960: 201] —el comentario de Collins lo mantuvo Wallis en el tomo III de sus *Opera* donde reprodujo la carta [Wallis, 1699: 647]—. Por fin, el 2 de mayo de 1677 Oldenburg encontró la forma de enviarle a Leibniz la *Epistola posterior*: «Por fin voy a acabar con el retraso ocasionado por el miedo a que la carta de Newton sufriera algún daño si la hubiera enviado por correo ordinario. Ha surgido la oportunidad de enviársela a usted junto con otros paquetes pequeños de Schroeder, que van a ser puestos al cuidado de un barco inglés hasta Hamburgo, desde donde los llevará hasta Hannover un criado suyo. William Schroeder me ha prometido solemnemente que tendrá el mismo cuidado con esta carta que con sus propios paquetes» [NC II, 1960: 209]. El 12 de julio de 1677 Oldenburg volvió a escribir a Leibniz preguntando si había recibido «el verdadero tesoro newtoniano, si me es permitido denominar así a ese extraordinario escrito» [NC II, 1960: 235]: para ese día, Leibniz ya había recibido la carta y había enviado dos a Oldenburg en respuesta.

Estas cartas de Leibniz a Oldenburg están fechadas el 21 de junio de 1677, la más extensa, y el 22 de junio de 1677, puntua-

lizando y ampliando algún asunto de la anterior. En ellas Leibniz contó su método diferencial, usando su notación diferencial y hablando de ecuaciones diferenciales: «Llamo ecuación diferencial a aquella donde se expresa el valor de *dx* y que es deducida de otra en la que se expresa el valor de *x*» [NC II, 1960: 221].

Oldenburg, con fecha 9 de agosto de 1677, acusaba recibo a Leibniz de sus cartas —Oldenburg murió un mes después—. Las cartas de Leibniz —junto con otros apuntes que dejó cuando su visita a Londres en octubre de 1676— se las envió Collins a Newton con fecha 30 de agosto.

Newton tuvo que darse cuenta de que Leibniz tenía un método de cálculo tan acabado y potente como el suyo: hubiera sido el momento de publicar sus tratados —*De Analysi*, *De Methodis*—, o de responder a Leibniz con una carta exponiéndole su método claramente —sin oscuras frases ocultas en anagramas— para garantizarse la paternidad del descubrimiento; incluso tenía ya por entonces los tratados escritos en la forma como finalmente —muchas décadas después, eso sí— se publicarían. Como escribió Westfall, «de haberlo hecho, sólo cabe especular con las consecuencias —de seguro habrían sido menos deshonrosas para ambos de lo que finalmente fueron—» [Westfall, 1983: 266]. Wallis fue especialmente clarividente: en octubre de 1677 le hizo llegar Wallis a Collins un significativo comentario sobre las *Epistolae* de Newton: «Todavía soy de la opinión de que el señor Newton debería perfeccionar su notación e imprimirlas sin retraso» [NC II, 1960: 238].

La muerte de Oldenburg acabó con el intercambio epistolar de Newton y Leibniz —cambiarían un par de cartas menores quince años después de las que se hablará en la última sección—; a partir de noviembre de 1676 se abrió un período de ocho años en los que Newton, interesado en otros asuntos, mostró gran apatía para tratar con sus habituales sobre temas de matemáticas [Whiteside IV, 1971: 657].

Las *Epistolae prior* y *posterior* serían, finalmente, publicadas íntegras por Wallis en 1699, en el tomo III de sus obras —antes había publicado extractos en su *Algebra* de 1685, probablemente sin pedirle a Newton su consentimiento [Whiteside IV, 1971: 672, n. 54] y también en el tomo II de sus *Opera* (1693)— que también incluyó las respuestas de Leibniz; pero

dado que esto entra en los preámbulos de la disputa, lo dejaré para más adelante.

4. La disputa por la prioridad[38]

En los veintidós años que van de 1677 a 1699 se produjeron, en relación con la historia que aquí se cuenta, muchos e importantes acontecimientos, no ya para ella misma, sino para la historia de la ciencia y aun, sin exageración, para la mismísima Historia —con mayúsculas— de la humanidad. Antes de situarnos en 1699 conviene, siquiera sea, dejar apuntados tales egregios acontecimientos.

El mayor de todos, como el lector bien sabe, fue la publicación en 1687 de los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* —actuando el sufrido Edmund Halley como comadrón del dificilísimo parto newtoniano.

De menos enjundia histórica, aunque importante igualmente para lo que aquí nos trae —también para la historia de la ciencia, en general, y de las matemáticas, en particular—, fue la publicación por primera vez de un trabajo sobre cálculo infinitesimal. Su autor fue Leibniz, como también es de sobra conocido, y el trabajo en cuestión un artículo de tan sólo seis páginas sobre el cálculo diferencial aparecido en el número de octubre —páginas 467 a 473— del año 1684 de las *Acta Eruditorum*;[39] al

38. Para los aspectos históricos de toda la polémica sobre la prioridad, la mejor referencia es [Hall, 1980]. Whiteside le dedicó a la disputa la mitad del último tomo de *The mathematical papers of Isaac Newton* [Whiteside VIII, 1981: 469-697]: es también muy recomendable. Así como el capítulo 15 del libro de F. Manuel [Manuel, 1968] y el 14 del de Westfall [Westfall, 1983]. En castellano se dispone del libro de J. Babini [Babini, 1972] donde, sobre todo, se encuentran traducidos al castellano muchos fragmentos de cartas y otros documentos intercambiados entre los protagonistas principales y secundarios; incluso de tratados matemáticos de Newton y Leibniz —parte del *De Quadratura curvarum* y el primer artículo de Leibniz sobre el cálculo—. A. Rupert Hall en [Hall, 1980: ix] cita el libro de Babini como una de las pocas publicaciones exclusivamente dedicadas a la polémica entre Newton y Leibniz desde el *Commercium Epistolicum*.

39. Para una versión en español véanse [Leibniz, 1987] o, también, [Babini, 1972: 51]. Leibniz había ayudado a fundar las *Acta Eruditorum* en 1682;

que siguió otro artículo sobre cálculo integral, en este caso, en el número de junio del año 1686 de las *Acta Eruditorum*. Una de las razones que llevó a Leibniz a publicar su artículo de 1684 fue la aparición ese año del libro *Excertitatio geometrica de dimensione figurarum* de David Gregory; el libro era una continuación de los trabajos sobre cuadraturas mediante series infinitas que su tío, James Gregory, había dejado inconclusos cuando le alcanzó tempranamente la muerte en 1675 —tenía entonces treinta y siete años—. De la publicación del libro de David Gregory tuvo noticias Leibniz en julio de 1684: el editor de las *Acta Eruditorum*, Otto Menke, le comentó que alguien en Inglaterra había atribuido su cuadratura del círculo —recuérdese, el artículo de Leibniz en las *Acta* con su serie para $\frac{\pi}{4}$— a Newton. Entre los dos artículos de Leibniz se publicó en Inglaterra un librito —unas cuarenta páginas— de John Craig sobre cuadraturas que contenía resultados de Wallis, Mercator, Barrow, Leibniz —Craig usó la notación diferencial—, Gregory y Newton —citó el teorema del binomio—. Craig fue el primero en Gran Bretaña en dar noticia del recién publicado artículo de Leibniz sobre el cálculo diferencial —no hubo reseña en las *Philosophical Transactions*—. De hecho, Leibniz comenzó su segundo artículo sobre el cálculo hablando del opúsculo de Craig: «Recibí el tratado de Craig sobre la dimensión de las figuras, editado el año anterior en Londres, del cual se deriva claramente que el autor ha hecho avances no despreciables en Geometría superior» [Leibniz, 1987: 17].

Poco más se va a decir de la producción matemática de Newton y Leibniz de esos veintidós años que van de 1677 a 1699, más por abreviar —tampoco es esencial para entender lo que sigue— que por falta de tema —ahí están los volúmenes IV, V y VI de los *Mathematical papers of Isaac Newton* para atestiguar que no fue poca la producción de Newton, aunque mucho de ésta fuera reescribir y ampliar los descubrimientos fundamentales logrados con anterioridad; o los setenta artículos publicados por Leibniz, o sus discípulos, en las *Acta Eruditorum*

---

para su primer número había enviado un artículo conteniendo su célebre serie para $\pi/4$.

NOVA METHODUS PRO MAXIMIS ET MI-nimis, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.

Sit axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, v, vv, y, z; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel vv, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur dv (vel d vv, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum vv, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales: TAB. XII.

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis 0, & d ax erit æqu a dx: si sit y æqu v (seu ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuivis ordinatæ respondenti curvæ VV) erit dy æqu. dv. Jam *Additio & Subtractio*: si sit z -y † vv † x æqu. v, erit d z--y † vv † x seu dv, æqu. dz --dy † d vv † dx. *Multiplicatio*, d x v æqu. x d v † v dx, seu posito y æqu. xv, fiet d y æqu. x d v † v d x. In arbitrio enim est vel formulam, ut xv, vel compendio pro ea literam, ut y, adhibere. Notandum & x & dx eodem modo in hoc calculo tractari, ut y & dy, vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali. Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali Æquatione, nisi cum quadam cautione, de quo alibi. Porro *Divisio*, d $\frac{v}{y}$ vel (posito z æqu. $\frac{v}{y}$) d z æqu. $\frac{\mp v\,dy \pm y\,dv}{yy}$

Quoad *Signa* hoc probe notandum, cum in calculo pro litera substituitur simpliciter ejus differentialis, servari quidem eadem signa, & pro † z scribi † dz, pro-z scribi--dz, ut ex additione & subtractione paulo ante posita apparet; sed quando ad exegesin valorum venitur, seu cum consideratur ipsius z relatio ad x, tunc apparere, an valor ipsius dz sit quantitas affirmativa, an nihilo minor seu negativa: quod posterius cum fit, tunc tangens ZE ducitur a puncto Z non versus A, sed in partes contrarias seu infra X, id est tunc cum ipsæ ordinatæ

Primera página del *De Analysi*
en la edición de W. Jones (1711).

sobre el cálculo o usando el cálculo, sin contar los manuscritos no publicados.

En esta sección se abordará la dura y desagradable disputa entre Newton y Leibniz —y sus respectivos seguidores— por la prioridad en el descubrimiento del cálculo infinitesimal y el lugar que ocuparon en ella los tres escritos que se traducen al castellano en este libro: el *Account* de Newton, y la *Charta volans* y la *Historia et origo calculi differentialis* de Leibniz.

Antes de nada reproduciré dos párrafos, uno de Westfall y otro de Whiteside, sobre la cuestión de la prioridad, que son complementarios y con los que coincido plenamente: «La relación que hago de la controversia», escribió Westfall, «nada tiene que ver con la cuestión de la prioridad. Por lo que a mí respecta, esa cuestión ha quedado definitivamente zanjada mediante el examen de los documentos que nos han dejado los dos principales litigantes» [Westfall, 1983: 718]. «Pasaremos», escribió a su vez Whiteside, «sin censurar retrospectivamente la moralidad de alguno o de todos los que se vieron, de una o de otra parte, envueltos en la gresca. La prudencia derivada de una completa perspectiva histórica nos debe inducir, más que a condenar a todos los que disimuladamente siguieron con ella o a los que desesperadamente perdieron la cabeza y siguieron tanto tiempo con los altercados hasta un final tan fútil y ordinario, a ser humildemente conscientes de que incluso los más grandes intelectos son también frágilmente humanos y, sobre todo —como perseguidores de la verdad pasada—, a agradecer que el conocimiento adecuadamente documentado que ahora tenemos nos permita una perspectiva más precisa y amplia de la que a ellos les fue posible sobre la complicada madeja del descubrimiento del análisis algorítmico mediante límites-infinitesimales que Newton conocía hacia mediados de la década de 1660 como el método de fluxiones y que Leibniz, una década después, cristianizó por el nombre hoy estándar de cálculo diferencial» [Whiteside VIII, 1981: 538]. A lo que hay que añadir que, en lo que a este estudio preliminar se refiere, uno de sus objetivos es profundizar en las personalidades de Newton y Leibniz a tenor de su conducta en la polémica.[40]

40. No deja de ser curioso establecer las edades que tenían Newton y

Conviene señalar diferencias, aunque sea muy grosso modo, entre los cálculos de Leibniz y Newton —que eran conceptualmente distintos— para poder calibrar mejor lo que uno pudo aprender del otro en su intercambio epistolar de 1676 y 1677. Como ya hemos tenido ocasión de mencionar, a partir de 1666 Newton consideraba las curvas —fluentes— como generadas por un punto en movimiento: acuñó entonces su concepto de fluxión —derivada con respecto al tiempo; nótese que la fluxión de una fluente en un instante (la velocidad instantánea) vuelve a ser un número—, desarrolló los correspondientes algoritmos para el cálculo de las fluxiones —el equivalente a nuestras reglas del cálculo para derivar sumas, productos, cocientes, etc.— y mostró que para calcular el área que encierra una curva, basta con calcular una fluente que la tenga por fluxión —calcular una primitiva, que decimos ahora, y aplicar el teorema fundamental del cálculo—; es precisamente en este último caso donde las series de potencias mostraban su utilidad: para calcular la fluente de la fluxión se desarrollaba esta última en serie de potencias y se integraba término a término usando la regla de integración de potencias —dicho sea esto con brutal y anacrónica llaneza—. Leibniz, en cambio, consideró las curvas como poligonales de lados rectos de longitud infinitesimal, cuya prolongación generaba la tangente en cada punto a la curva, y de cuya geometría, descrita a través de las relaciones algebraicas explícitas en la fórmula que define la curva, se obtiene la correspondiente relación entre las diferenciales; *define* los conceptos de diferencial e integral —es un decir: más correcto que definir sería decir que describe su funcionamiento; nótese que, contrariamente a lo que pasaba en Newton, el diferencial de una función es ahora una cantidad infinitesimal—, mostró que son inversos el uno del otro —teorema fundamental del cálculo—, y desarrolló el correspondiente proceso de cálculo

Leibniz en momentos significados de la disputa: 57 y 54, respectivamente, cuando el primer ataque de Fatio a Leibniz; 63 y 59 cuando Leibniz escribió la reseña anónima del *De Quadratura*; 67 y 63 cuando Keill acusó a Leibniz de plagio; 70 y 67 cuando se publicó el *Commercium Epistolicum*; 68 años tenía Leibniz cuando escribió la *Charta volans*: moriría tres años después; 72 tenía Newton cuando publicó el *Account* y 80 cuando publicó la segunda edición, ampliada y corregida, del *Commercium*.

de diferenciales —reglas de derivación— y los diferenciales de las funciones elementales; esto último de manera mucho más simbólica que Newton: Leibniz prefería expresiones cerradas mejor que desarrollos en series. En este proceder analítico está buena parte de la aportación de Leibniz —como él mismo reconoce en la *Historia et origo*—; en palabras de Hofmann, fue fundamental «la transición desde el método geométrico de la vieja escuela a la representación analítica de Leibniz», lo que mostraba, de paso, «el inmenso esfuerzo intelectual involucrado en la creación del cálculo» [Hofmann, 1974: 88].

Es significativo de la diferencia entre los métodos de cálculo de Newton y Leibniz que, durante la disputa por la prioridad, Leibniz siempre separara el descubrimiento de los desarrollos en series de potencias del descubrimiento del cálculo: el primero lo adjudicaba, sin excesivos problemas y aun durante la etapa más dura de la disputa, a Newton, mientras que del segundo llegó a decir en plena pelea que era invento suyo e incluso que Newton lo había desarrollado a partir de sus cartas de contestación a las *Epistolae prior* y *posterior*. Por el contrario, Newton siempre insistió en que tanto los desarrollos en series como el cálculo infinitesimal eran un todo y que Leibniz, habiendo aprendido de él los primeros, era también deudor suyo en el descubrimiento del cálculo diferencial. Sobre esto escribió Hofmann: «Se dio la circunstancia desafortunada que por la palabra *Análisis*, Newton se refería a su teoría de series y Leibniz a su cálculo, creándose así una inextricable maraña de malos entendidos» [Hofmann, 1974: 124].

La diferencia entre ambos cálculos también se pone de manifiesto en la distinta forma de fundamentación que recibieron cada uno de ellos: el concepto de límite —desarrollado por Cauchy y perfeccionado por Weierstrass (siglo XIX)— sirvió para fundamentar la concepción del cálculo de Newton, pero no la del cálculo leibniziano; las cantidades infinitesimales son en este último caso tan esenciales —mucho más que en el de Newton— que no es posible eliminarlas usando el concepto de límite. La fundamentación rigurosa del cálculo de Leibniz no se produjo hasta la década de 1960-70 con la aparición del análisis no estándar de Abraham Robinson [Robinson, 1966].

Aunque Newton fue el primero en descubrir y desarrollar

su cálculo —una década antes que Leibniz—, fue Leibniz quien primero lo publicó. En el primero de los artículos (1684), Leibniz no mencionó a Newton, aunque sí lo hizo en el segundo (1686); merece la pena reproducir la cita completa donde constan todos los agradecimientos de Leibniz: «Falta, para que no parezca que me atribuyo demasiado a mí mismo o que menosprecio a los demás, que diga en pocas palabras lo que en mi fórmula se debe especialmente a los insignes matemáticos de nuestro siglo en este género de Geometría. Los primeros, Galileo y Cavalieri, empezaron a descubrir las oscurísimas artes de Conon y Arquímedes. Pero la Geometría de los indivisibles de Cavalieri fue solamente la infancia de una ciencia renaciente. Mejores soluciones aportaron tres hombres célebres: Fermat, encontrando el método de máximos y mínimos; Descartes, mostrando la razón de expresar por ecuaciones las líneas de la Geometría común —pero excluyó las trascendentes—, y Gregorio de Saint Vincent, hallando muchas cosas valiosas. A esto añado la extraordinaria regla de Guldin sobre el movimiento del centro de gravedad. Pero también éstos permanecieron dentro de ciertos límites, que transgredieron con nuevas aperturas Huygens y Wallis, ilustres geómetras. Y es bastante probable que los temas de Huygens dieran ocasión a los más grandes hallazgos de Heuraet, y los de Wallis a Neil y Wren, que fueron los primeros que demostraron la rectificación de curvas. Y sin embargo, nada quita de elogio merecidísimo de los descubrimientos. Siguen a éstos el escocés James Gregory y el inglés Isaac Barrow, que enriquecieron admirablemente este tipo de ciencia con grandes teoremas. Además, Nicolás Mercator, de Holstein, matemático e ilustrísimo, que fue el primero, que yo sepa, que dio una cuadratura por serie infinita. Y no sólo realizó el mismo descubrimiento independientemente, sino que también lo perfeccionó con una razón universal, un geómetra de profundísimo ingenio, Isaac Newton, que si diera a conocer sus pensamientos, los que entiendo que tiene, nos proporcionaría sin duda nuevos caminos para extraordinarios aumentos y tratados de ciencia» [Leibniz, 1686: 298].[41]

41. Referente al asunto de si Leibniz agradeció o no a Newton lo que éste pudo enseñarle, encuentro una imprecisión en la biografía de Westfall, que

Newton hizo referencia a Leibniz en la primera oportunidad que tuvo. Ésta no fue otra que la publicación en 1687 de la primera edición de los *Principia*. Como es bien sabido, para las matemáticas de los *Principia* Newton prefirió el lenguaje de la geometría sintética al estilo griego. Newton, en los momentos álgidos de la disputa, dijo con frecuencia que había usado su cálculo fluxional para deducir gran parte de los resultados de los *Principia*, aunque luego los presentara con el lenguaje geométrico —así, de hecho, se lee en el *Account*—. Esto pudiera haber sido como Newton afirmó, aunque no hay constancia documental: como Whiteside una y otra vez ha señalado, no se han encontrado esos manuscritos donde Newton, según su propio testimonio, dedujo usando su cálculo fluxional el contenido de los *Principia* —véanse, por ejemplo, [Whiteside, 1970] o [Whiteside VI, 1974]—. Aunque, como Westfall escribió: «El problema con las matemáticas de los *Principia* no es el de buscar demostraciones anteriores hechas de una forma diferente, sino descubrir los patrones del cálculo detrás de la fachada geométrica» [Westfall, 1983: 424]. Nada hay, pues, explícito en los *Principia*, del sofisticado cálculo fluxional de Newton si exceptuamos el lema II del libro II. Allí Newton expuso sucintamente lo que hoy llamaríamos reglas de derivación —para potencias, sumas, productos, cocientes—. A este lema Newton le añadió un escolio donde citaba a Leibniz y hacía una reivindicación explícita sobre la prioridad del descubrimiento del cálculo. A. Rupert Hall escribió que «uno difícilmente puede dudar de que el lema II del libro II fue escrito para que el escolio pudiera ser añadido»; fue la reacción newtoniana a la primera publicación leibniziana sobre el cálculo infinitesimal. El escolio dice así: «En cartas que hace diez años se cursaron entre mí y el más excelente geómetra, G. W. Leibniz, cuando le afir-

---

escribió: «Leibniz había empezado a publicar su cálculo diferencial en otoño de 1684 [...] Ni en ese, ni en sucesivos artículos, Leibniz mencionó a Newton. Leibniz puede ser excusado. Newton no había publicado nada de matemáticas, por lo que mencionarlo no habría significado nada para la mayoría de los matemáticos europeos. En cualquier caso, teniendo en cuenta la correspondencia de 1676, uno no podría decir que Leibniz diera una lección de generosidad» [Westfall, 1983: 514]. La traducción de la cita en el texto la he tomado de [Leibniz, 1987: 25-26].

mé que había descubierto un método para determinar máximos y mínimos, trazar tangentes, y otras cosas similares, válido tanto para cantidades sordas como racionales, y cuando lo encubrí mediante letras traspuestas que contenían la frase *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa*, ése, el más distinguido hombre, me respondió que él también había encontrado un método de la misma naturaleza y me comunicó su método que difiere poco del mío excepto en su nomenclatura y notaciones. La base de ambos métodos está contenida en ese lema» [Newton, 1687: 253-254]. La intención de Newton al escribir el escolio bien pudo ser una declaración reivindicando la paternidad del cálculo, pero como hasta entonces no había publicado nada sobre el asunto, y Leibniz sí, y como, salvo para un reducidísimo grupo de cercanos a Newton, tampoco eran conocidas las cartas que intercambió con Leibniz, el escolio se entendió como un reconocimiento de Newton a Leibniz como inventor independiente del cálculo infinitesimal —y para muestra un botón: así, desde luego, lo interpretó el francés Pierre Varignon [Westfall, 1983: 713], quien fue, en los últimos años de su vida, admirador e incluso amigo de Newton, cuya *Opticks* editó en francés.

A finales de 1691, cuatro años después de la aparición de los *Principia*, las primeras recriminaciones a Leibniz sobre lo que pudo haber aprendido de Newton empezaron a circular entre allegados de ambos. Así, en diciembre de 1691, Fatio de Duillier —que sería ocho años después el primero en acusar públicamente a Leibniz de plagio— escribía a Huygens: «El señor Newton es sin duda el primer descubridor del cálculo diferencial del que ya sabía, antes de que el señor Leibniz tuviera siquiera idea, tanto, si no más, de lo que éste sabe hoy; idea, además, que pudo tener sólo cuando vio lo que el señor Newton le escribió sobre el asunto. Por ello, estoy muy sorprendido de que el señor Leibniz no indicara nada de esto en las *Acta* de Leipzig» [NC III, 1961: 187]. Fatio volvió sobre el tema el 5 de febrero de 1692: «No tengo duda de que la publicación de las cartas [*Epistolae prior* y *posterior*] supondría un agravio para el señor Leibniz, puesto que fue sólo bastante tiempo después de recibirlas que él publicara las reglas de su cálculo diferencial, y

esto sin mencionar lo que debía al señor Newton. Y la manera en que lo presentó, fue de tal forma una recomposición de lo que tenía el señor Newton, que comparando no pude evitar tener la nítida sensación de que la diferencia entre ambos es la que va de un perfecto original a una chapucera e imperfecta copia» [NC III, 1961: 193-194]. Teniendo en cuenta lo escrito por Fatio, se le puede ver como un instigador de la polémica, aunque es muy posible que las opiniones que le envió a Huygens fueran lo que por esas fechas le oía decir a Newton [Westfall, 1983: 514]. Cinco años después encontramos recriminaciones análogas pero ahora dedicadas a Newton; en carta fechada el 15 de agosto de 1696, Juan Bernoulli escribía a Leibniz: «No sé si Newton inventó su propio método después de haber visto el cálculo de usted, especialmente cuando veo cómo lo compartió con él antes de que él hubiera publicado su método» [Leibniz-Bernoulli I, 1745: 191]; fue la primera malévola sugerencia que le hicieron a Leibniz sobre un posible plagio de Newton. Dado que el contenido de lo que le envió Newton versaba, esencialmente, sobre desarrollos en serie, sin mención —salvo la encriptada en los anagramas— a su cálculo fluxional, Leibniz acabó haciendo propia la acusación de Bernoulli y recriminándosela a Newton.

Pero volvamos a 1691, cuando se hicieron cada vez más frecuentes los consejos a Newton para que publicara; el que con más insistencia e intensidad se empleó fue Wallis, sobre todo para que publicara íntegras las *Epistolae prior* y *posterior*. Hacia 1691 Wallis empezaba a preparar lo que finalmente fueron tres voluminosos tomos con sus obras matemáticas, que aparecieron a lo largo de la década: el tomo II en 1693, el tomo I en 1695 y el tomo III en 1699. Wallis ofreció a Newton una y otra vez las páginas de sus obras para que publicara sus trabajos sobre el cálculo y también los intercambios epistolares relacionados, especialmente los habidos con Leibniz. Los desvelos de Wallis no fueron en vano aunque tampoco tuvieron la contundencia que a él le hubiera gustado.

De hecho, en el tomo II de las obras matemáticas de Wallis, el primero en aparecer, en 1693 —contenía la versión latina de su *Algebra*—, Wallis logró convencer a Newton para incluir un extracto del *De Quadratura curvarum*, puesto que Newton in-

cluyó en ese extracto referencias a las *Epistolae prior* y *posterior*, e incluso el significado de los anagramas contenidos en la *posterior*, aquello fue una reivindicación newtoniana sobre la paternidad del método de cálculo que Leibniz había publicado en sus artículos de 1684 y 1686. Lo que Wallis no logró fue permiso de Newton para incluir íntegras las *Epistolae prior* y *posterior* —aunque sí volvió a incluir extractos, como en 1685.

Un poco antes de la aparición del tomo II de las *Opera* de Wallis, la correspondencia entre Newton y Leibniz se reanudó. Este nuevo intercambio epistolar consistió en una carta de Leibniz a Newton fechada en marzo de 1693 —probablemente inducida por las noticias que, sobre Newton y sus intenciones de publicar, recibió Leibniz a través de Huygens— y la respuesta de Newton fechada en octubre de 1693.[42] Esta vez ambas cartas se intercambiaron directamente entre ellos, sin acudir a ningún intermediario. Como se ve, el intercambio fue breve y, desde el punto de vista científico, no admite comparación con el anterior de 1676. En relación con la historia que aquí se cuenta, hay sin embargo un par de cosas que reseñar. Por ejemplo, en lo que respecta a la carta de Leibniz, los agradecimientos que dirige a Newton al comienzo de la carta: «El gran débito que se le adeuda a usted, por nuestro conocimiento de las matemáticas y de toda la naturaleza, lo he reconocido públicamente cuando ha habido ocasión»; o su deseo, con seguridad falso, de que Newton publique más [NC III, 1961: 258].

En cuanto a la carta de Newton, cabe destacar su encendido saludo inicial: «No repliqué al recibo de su carta porque res-

42. La respuesta de Newton se retrasó por los problemas de salud mental que Newton sufrió a lo largo de 1693; Leibniz no estaba todavía al tanto de ellos: fue Huygens quien, por carta fechada el 8 de junio de 1694, le hizo partícipe de su versión de los hechos —Huygens se había enterado a través de Fatio de Duillier—: «No sé si está usted al tanto del accidente que ha sufrido el bueno del señor Newton; ha tenido un ataque de *frenesí* que le ha durado dieciocho meses y del que dicen que sus amigos le han curado a base de remedios y manteniéndole encerrado» [Manuel, 1968: 433, n. 20]. La respuesta de Leibniz, teniendo en cuenta lo que Newton le iba a hacer sufrir después, es digna de quien pensaba que vivía *en el mejor de los mundos posibles:* «Es a hombres como usted, señor, y él, a los que yo deseo larga vida y buena salud, en preferencia a otros, cuya pérdida no sería grande, hablando comparativamente» [Manuel, 1968: 222].

baló de mis manos, estuvo perdida entre mis papeles, y hasta ayer no pude echarle la mano encima. Esto me aflige porque aprecio muy grandemente su amistad y, desde hace muchos años, le considero uno de los geómetras primeros de este siglo, como he tenido ocasión de reconocer cada vez que ha habido ocasión»; y, claro está, sus referencias a lo que de su obra iba a aparecer en el tomo II de las *Opera* de Wallis: «Aunque es mi costumbre evitar correspondencia filosófica o matemática, estaba sin embargo preocupado porque nuestra amistad pudiera verse afectada por el silencio, y en cualquier momento, también por cuanto que nuestro amigo Wallis ha insertado en la inminente nueva edición de su *Algebra* algunos puntos de las cartas que una vez le escribí a usted por intermedio del señor Oldenburg, y así aprovecho esta ocasión que me da para escribirle sobre ese punto también». A continuación le comunica, por recomendación de Wallis, la solución al primero de los anagramas contenido en la *Epistola posterior*, y concluye el primer párrafo con una noble declaración, que el tiempo se encargaría de envilecer: «Espero no haber escrito nada que le disguste a usted, y si hay algo que usted piense que merecía haber sido censurado, por favor no dude en comunicármelo por carta, puesto que valoro más a los amigos que a los descubrimientos matemáticos» [NC III, 1961: 286]. Para cuando, en octubre de 1693, Newton escribió esta carta, parecía bastante recuperado de sus problemas mentales. Aunque la carta es extraña: puede comprobarse por la cita que, tal y como apuntó F. Manuel, «por un lado está llena de declaraciones de amistad y estima [...] La muestra de humildad, pidiendo su *censura*, y el ruego de cariño son inusitados. Aunque todavía el filo de la daga sobresale: el corazón de la carta es un recordatorio de que Newton una vez había enviado a Leibniz su método de fluxiones a través de Oldenburg —un hecho que el doctor Wallis iba pronto a incluir en su *Algebra*—, y hay una reprimenda implícita de que Leibniz no hubiera mencionado el descubrimiento de Newton cuando publicó su propia versión en 1684» [Manuel, 1968: 223-224].

Hasta junio de 1694 no vio Leibniz lo que Newton había publicado en el tomo II de las *Opera* de Wallis, y dos años después, en junio de 1696, lo reseñaba Leibniz de forma anónima en las *Acta Eruditorum*, aprovechando la aparición en 1695 del

In librorum apud Anglos editorum indicibus
occurrere mihi aliquoties libri Mathematici
autore Newtono, sed dubitavi à TE essent
quod vellem, an ab alio homonymo.

Heinsonius noster redux testis
fuit benevolentiae erga me Tuae. De cultu
vero meo erga TE non ille tantum testari
potest, sed et Stepneius, tecum ejusdem
olim collegii habitator, nunc Magnae Britanniae
Regis negotia apud Caesarem, nuper apud
Serenissimum Electorem Brandeburgicum
curans.

Haec scribo, magis ut studia erga TE
mea intelligas, quae nihil tot annorum silentio
amisere, quam ut Tua ea studia, quibus
augeas humani generis opes, interrumpere velim
vacuis literis, et supervacuis. Vale. Dabam
Hanoverae $\frac{7}{17}$ Martii 1693

Despedida de una carta
de Leibniz a Newton (1693).

primer tomo de las *Opera* de Wallis —recordemos que salió después del tomo II—. En esa reseña se lamentaba Leibniz de lo poco que había contado Wallis de su método de cálculo —apenas una mención en la página 396—, aunque recogía la excusa que Wallis había dado: «En la última página de su *Algebra* se queja de no haber podido ver nuestras *Acta Eruditorum*, que contienen buena parte de esas meditaciones, y agrega que no conoce suficientemente lo que Leibniz escribió sobre la geometría de los incomparables o análisis de los infinitos, pues entonces lo habría expuesto en su obra» [Leibniz, 1696: 258]. Esta reseña propició un fluido intercambio de cartas entre Leibniz y Wallis, cordial a la manera de la época, que se prolongó hasta marzo de 1698 —Wallis murió en 1703—; Leibniz, de hecho, envió también a Wallis la carta de queja remitida a la *Royal Society* en 1699 por la primera acusación de plagio hecha por uno de sus miembros (Fatio de Duillier) [Westfall, 1983: 713, n. 38].

A pesar de conseguir de Newton un extracto del *De Quadratura* que incluyó, como se dijo, en el tomo II de sus *Opera* —1693—, Wallis siguió insistiéndole para que le dejara publicar más de sus trabajos y cartas en los siguientes tomos —a lo que Newton hará algunas referencias en el *Account*—. El 10 de abril de 1695, le escribió a Newton informándole sobre el reconocimiento público que Leibniz recibía por su método de cálculo y apremiándolo para que le dejara publicar íntegras sus cartas a Leibniz: «Me gustaría ver publicadas las dos largas cartas de junio y agosto de 1676.[43] He tenido conocimiento desde Holanda, por medio de vuestros amigos de allí, que algo de ese tipo se ha hecho, porque las *fluxiones* de usted triunfan allí, con gran aplauso, con el nombre de *cálculo diferencial de Leibniz*. He conocido esto cuando todo este volumen, excepto parte del prefacio, estaba impreso; así que sólo pude insertar —en una pausa de la imprenta— esa información que allí usted puede encontrar. No es usted suficientemente cuidadoso de su reputación —ni de la de la Nación— como debería ser, cuando per-

43. Wallis se refiere, naturalmente, a las *Epistolae prior* y *posterior*, aunque confunde la fecha de la segunda, que fue redactada en octubre; error que Wallis cometió casi cada vez que se refirió a las cartas.

mite que las cosas de valor reposen tan largamente a su lado hasta que otros se lleven la reputación que a usted le corresponde. He procurado hacerle justicia en ese punto; y ahora siento no haber publicado esas dos cartas palabra por palabra» [NC IV, 1967: 100]. Esta carta de Wallis sería después usada por Newton durante lo más crudo de la disputa: fue cuando en el preámbulo a la versión francesa de la *Charta volans* —que se edita en este libro—, Leibniz acusó a Newton de haber comenzado sus ataques después de muertos Wallis y Huygens; acusación que también reproduciría en la *Historia et origo* —incluyendo también a Tschirnhaus—. Newton, en el *Account*, no sólo le copió el argumento a Leibniz, sino que tampoco se privó de reproducir el párrafo anterior donde, de forma indirecta, Wallis acusaba a Leibniz de apropiarse del cálculo.

El inserto mencionado por Wallis e incluido a ultimísima hora en el prefacio del tomo I de sus *Opera* se refiere a lo publicado en el tomo II, y es el siguiente: «Lo que se contiene en el segundo volumen aparece recogido en el prefacio del mismo, donde —entre otro material— se incluye el método de fluxiones de Newton —por usar *su* expresión—, el cual, a quien haya comparado los dos métodos, es de similar naturaleza que el cálculo diferencial de Leibniz —por usar *su* expresión—; esto es bastante evidente salvando las diferentes formas de expresión. El método de fluxiones de Newton lo describo en el capítulo 91 y siguientes, especialmente en el capítulo 95 de mi *Algebra*, basándome en dos cartas de Newton —o en una de ellas— fechadas el 13 de junio y el 24 de agosto de 1676, que fueron enviadas a Oldenburg para que éste las remitiera a Leibniz —uso las mismas palabras, o sólo ligeramente alteradas, que las contenidas en dichas cartas—, y donde explica su método a Leibniz como fue en esas fechas ideado por él, diez años antes, si no más. Publico este aviso, no vaya nadie a alegar que he dejado este *cálculo diferencial* sin mencionar» [NC IV, 1967: 102, n. 7].

Wallis siguió insistiendo: la carta que le dirigió el 30 de abril a Newton es demoledora, finaliza con un contundente «confieso que la modestia es una virtud, pero demasiada timidez —especialmente en estos tiempos— es una falta» [NC IV, 1967: 117]; todavía volvió a la carga el 30 de mayo enviándole al propio Newton una copia de las *Epistolae prior* y *posterior*

para que éste comprobara que no había errores de transcripción y, al pasar un mes sin respuesta, el 3 de julio le volvía a recordar que estaba a la espera de sus correcciones; ese mismo mes Newton le envió algunas correcciones; aunque el tan deseado permiso para imprimirlas no constaba en la carta, tampoco se denegaba. Dos años después, Wallis le envió una curiosa carta: en ella le transcribía un párrafo de una carta que Leibniz le había remitido en mayo donde éste le pedía a Wallis que urgiera a Newton para que publicara su método de fluxiones; Wallis añadía que iba a publicar las *Epistolae prior* y *posterior* salvo prohibición expresa de Newton [NC IV, 1967: 238-239]. Las cartas aparecieron finalmente publicadas íntegras en 1699 en el tomo III de las *Opera* de Wallis: la primera de la página 622 a la 629, y la segunda de la 634 a la 645. Wallis incluyó también copias de las cartas de Leibniz en respuesta a las de Newton; el permiso de Leibniz para reproducir sus cartas lo había conseguido, con bastante menos esfuerzo que el de Newton, previamente. Wallis incluyó hasta treinta cartas en el tomo III de sus *Opera,* que ocupan cerca de noventa páginas: 617-700. Los temas eran diversos, aunque la mayoría guardaban relación con el intercambio de conocimientos sobre el cálculo infinitesimal entre los matemáticos británicos y Leibniz: así la colección de cartas se abre con la que Collins envió a Newton con fecha 18 de junio de 1673; siguen cuatro de Leibniz a Oldenburg entre julio de 1674 y diciembre de 1675; la sexta es la *Epistola prior*, a la que sigue la respuesta de Leibniz fechada el 27 de agosto de 1676; la octava es la *Epistola posterior*, a la que sigue una de Collins a Newton de 5 de marzo de 1677 —le comunicaba, entre otras cosas, que la *Epistola posterior* todavía no le había sido enviada a Leibniz— y las respuestas de Leibniz de junio y julio de 1677. También se incluyen algunas de las cartas que intercambió Wallis con Leibniz entre 1696 y 1699.

Ese contenido epistolar modificaba la situación de facto sobre la prioridad en el descubrimiento del cálculo: aunque no con total precisión, mostraba el desarrollo de los métodos de cálculo infinitesimal que Newton y Leibniz tenían hacia 1676. No había, sin embargo, casi nada sobre las fluxiones newtonianas —el cálculo de derivadas—; como ya ha habido ocasión de comentar, en los momentos más tormentosos de la polémica,

esta circunstancia fue usada por Leibniz para afirmar que Newton se lo había copiado de sus cartas en respuesta a las *Epistolae prior* y *posterior*. Lo importante fue que por primera vez aparecían publicados documentos que podían atestiguar que, aunque Leibniz había publicado antes que Newton, éste había desarrollado su cálculo con anterioridad e, incluso, lo había comunicado, si bien de manera parcial y oscura, a Leibniz a petición de este último. En verano de 1699 Leibniz escribió a L'Hospital: «Wallis ha solicitado mi permiso para publicar mis viejas cartas agregando que podía suprimir todo lo que creyera oportuno. Mas como nada tengo que temer respecto de las cosas tal como efectivamente son, he contestado que podía publicar todo aquello que reputase digno de ser publicado» [Babini, 1972: 61]. Muy pronto se demostró que Leibniz estaba muy equivocado sobre ese *nada tengo que temer* que escribió a L'Hospital: una vez publicadas las cartas que intercambió con Newton, la posibilidad de que alguien le acusara de plagio quedaba expedita. No tardó mucho en hacerse realidad.

Un incidente más ocurrió por esos años que favoreció el enfrentamiento y provocó que la primera acusación pública de plagio a Leibniz se hiciera realidad. Se trata del célebre reto lanzado por Juan Bernoulli, desde las *Acta* en el número de junio de 1696 —página 269—, sobre el problema de la braquistocrona —del griego *braquistos*, más rápido, y *cronos*, tiempo—: había que determinar la curva por la que un cuerpo desciende, en el menor tiempo posible, entre dos puntos, que no están en posición vertical ni horizontal, movido únicamente por la gravedad. El plazo dado para la recepción de soluciones se fijó en seis meses —aunque el proponente aseguró a un amigo que media hora de profunda concentración sería suficiente para que un hombre capaz lo resolviera—, esto es, hasta las Navidades de 1696, aunque a petición de Leibniz se amplió hasta la Semana Santa de 1697,[44] al objeto de dar igual tiempo a los matemáticos

44. A principios de 1697, Juan Bernoulli distribuyó desde Groningen, a cuya universidad pertenecía en aquellos momentos, una proclama, fechada el día de año nuevo, dirigida *A los más agudísimos matemáticos que a lo largo del mundo florecen*, donde daba noticia de la ampliación del plazo y proponía el problema de la braquistocrona a todos los *eminentes analistas de esta época* in-

franceses e italianos que se habían enterado del reto más tarde. Finalizado el plazo, en el número de mayo de 1697 de las *Acta Eruditorum*, Leibniz se encargó de publicar las soluciones recibidas: cuatro en total, siendo los autores, Leibniz, el marqués de L'Hospital, Jacobo Bernoulli y el proponente Juan Bernoulli. Aunque también se reprodujo otra de autor anónimo que, justo al final del primer plazo, esto es, en enero de 1697, había aparecido publicada en las *Philosophical Transactions*; el autor anónimo era, como es bien sabido, Newton: las tan sólo setenta y siete palabras con las que explicaba su escueta solución —no incluyen la demostración— fueron suficientes para que Juan Bernoulli adivinara quién era el autor: «tanquam ex ungue leonem» —algo así como *reconocerás al león por sus garras*— fueron sus conocidas palabras.[45] Todas las soluciones, menos la de L'Hospital, identificaron la curva en cuestión como la cicloide.[46]

El resto de la historia, bien conocida, quedó de manifiesto por las memorias posteriores de la sobrina de Newton y la correspondencia entre Juan Bernoulli y Leibniz; es la siguiente. El reto lanzado por Juan Bernoulli bien pudo ir dirigido a comprobar la potencia del cálculo newtoniano. En carta fechada en febrero de 1697, Leibniz le conjeturó a Juan Bernoulli que sólo los hermanos Bernoulli, el marqués de L'Hospital, él mismo y Newton iban a ser capaces de resolver el problema —más Huygens si no hubiera muerto un par de años antes—, pues eran los únicos científicos del momento que poseían la herramienta necesaria para su resolución, esto es, el cálculo:[47] ésa era la razón,

---

cluidos aquellos a cuyas manos no llegaran las *Acta Eruditorum* —y añadía otro problema geométrico, que aquí no viene al caso.

45. Sobre la denuncia que hizo Whiteside del posible mito espurio escondido en esta frase véase [Newton, 2003: CLIX, n. 156].

46. El hecho de que Huygens hubiera identificado con anterioridad a la cicloide como la curva tautocrona hizo escribir a Juan Bernoulli en la introducción a su solución: «Con justicia admiramos a Huygens porque fue el primero en descubrir que una masa cae por la cicloide en el mismo tiempo, sin importar el punto de inicio del movimiento, pero quedará usted atónito cuando diga que esta misma cicloide, la tautocrona de Huygens, es la braquistocrona que estamos buscando» [Bernoulli, 1697: 207].

47. En cierta forma, la profecía de Leibniz sobre quién podría resolver el problema fue correcta: Varignon, Wallis, David Gregory, entre otros, lo

explicó Leibniz en la presentación de las soluciones en las *Acta*, de que Galileo, que obviamente desconocía el cálculo, fallara al abordar el problema.[48] El reto llegó inevitablemente a Newton, quien por aquella época había sido ya nombrado *Warden of the Mint* y estaba retirado de la actividad científica. Newton recibió el 29 de enero de 1697, enviada desde Francia, una copia de la proclama de Bernoulli —que todavía se conserva— con el problema de la braquistocrona. Se la entregaron a las cuatro de la tarde cuando regresó cansado de su trabajo en el *Mint* —estaban además en pleno reacuñamiento de moneda—, según contó la sobrina de Newton. Tenía lista la solución doce horas después, esto es, a las cuatro de la madrugada —*dos docenas de tiempo más*, según apuntó Whiteside con fina ironía británica, le llevó a Newton resolver el problema que el asignado por Bernoulli a un hombre capaz—. Al día siguiente se la envió a Charles Montague, presidente por entonces de la *Royal Society*. Lo que no contó la sobrina de Newton, porque no lo sabía, es que bien pudo Newton echar mano de su memoria para identificar en la braquistocrona a la cicloide: según Whiteside, Newton debió pronto de reconocer en el problema el mismo patrón que en el del sólido de revolución que ofrece la menor resistencia al movimiento en un fluido uniforme, problema este que había resuelto algo más de una década antes mientras preparaba los *Principia* [Whiteside VIII, 1981: 9 y 74-75, n. 8].

No acaba aquí la historia. En la presentación que hizo Leib-

---

intentaron en un primer momento sin conseguir nada [Whiteside VIII, 1981: 5].

48. Leibniz apuntó en su presentación de las soluciones que, casi setenta años antes, el problema había interesado a Galileo, que propuso como solución un arco de circunferencia [Leibniz, 1697: 202]. Leibniz se refiere aquí al escolio del Teorema XII, Proposición XXXVI de la jornada tercera, sobre el movimiento naturalmente acelerado, de los *Discorsi* de Galileo: «De lo demostrado hasta ahora, parece que se puede inferir que el movimiento más veloz de un extremo a otro, no tiene lugar a lo largo de la línea más corta, sino a lo largo de un arco del círculo» [Galileo, 1976: 374]. Carlos Solís apuntó que, a pesar de la formulación del escolio, es dudoso que realmente Galileo se estuviera planteando el problema de la braquistocrona y, mucho menos, dándole solución: teniendo en cuenta el contexto más bien estaría dando respuesta al problema de cuál de las trayectorias poligonales exige menos tiempo de descenso, tomando la circunferencia como límite —[Ibíd., n. 28].

niz de las soluciones del problema de la braquistocrona, cuenta su profecía de que el problema no podía ser resuelto sin la ayuda de su recién inventado cálculo añadiendo que sólo aquellos que habían profundizado suficientemente en su estudio serían capaces de resolverlo: éstos eran los dos Bernoulli, el marqués de L'Hospital y Newton: «Y, sensatamente, no es indigno señalar que sólo han resuelto este problema quienes yo conjeturé que podían resolverlo. Y, en verdad, no son sino quienes han penetrado lo bastante en los misterios de nuestro cálculo diferencial. Así, además del señor hermano del autor [que propuso el problema] y el señor marqués de L'Hospital en Francia, añadiera yo, de entre toda una plétora, al señor Huygens, si viviera, al señor Hudde, si no se hubiera apartado de estos estudios tiempo ha, y al señor Newton, si a esa tarea se dedicara; lo que recuerdo para que no parezca yo menospreciar a varones excelentes, a los cuales, o no les es ya posible tratar de nuestro asunto o no disponen de tiempo» [Leibniz, 1697: 203-204]. Leibniz dejó fuera de la lista a Fatio de Duillier;[49] además, de su afirmación se podía deducir que Newton era discípulo suyo en lo referente al cálculo.

Aquello fue más de lo que Fatio pudo soportar; enseguida preparó un librito de título *Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex* con sus propios resultados sobre la braquistocrona, que publicó en Londres en 1699 y, ya puesto, determinó que Leibniz era, a lo más, segundo inventor del cálculo y, tal vez, gracias a lo que pudo aprender de Newton; en la página 18 de su librito se lee: «El distinguido Leibniz puede por ventura preguntarse de quién he aprendido este cálculo que uso. A todos los efectos, sus principios generales y la mayoría de sus reglas las he inventado yo mismo, a partir del mes de abril de 1687 y durante los siguientes años. Por entonces pensaba que nadie excepto yo usaba este tipo de cálculo. No me hubiera sido menos conocido aunque Leibniz no hubiera nacido. Podrá jactarse de muchos discípulos, pero no de mí. Este hecho quedará claro si, en el futuro, las cartas que intercambié con el

49. Sobre la solución fantasma o no-solución publicada por Tschirnhaus en el mismo número de las *Acta Eruditorum* véase [Newton, 2003: CLXII, n. 161].

distinguido Huygens se hacen públicas. Pero la realidad de los hechos me ha convencido de que ha sido Newton el primero que descubrió este cálculo, hace ahora muchos años. Si Leibniz, su segundo inventor, puede haber tomado algo de Newton, es cosa que prefiero dejar al juicio de aquellos que han visto las cartas de Newton, y sus manuscritos originales. Ni el modestísimo silencio de Newton, ni la constante vanidad de Leibniz atribuyéndose en cada ocasión la invención de este cálculo, inducirán a engaño a nadie que examine el material disponible como yo lo he hecho».

Probablemente, la vieja amistad de Fatio con Newton enturbió aún más el asunto: Leibniz, a quien el marqués de L'Hospital envió el libro de Fatio en julio de 1699, pudo pensar que Newton había convencido a Fatio para que le acusara de plagio, si bien Fatio pudo actuar motu proprio buscando agradar a Newton. En cualquier caso, no anduvo descaminado Leibniz sospechando que Newton actuaría a través de una red de agentes: fue algo que éste pudo haber aprendido durante sus primeros años en el Tesoro [Manuel, 1968: 241].

A pesar de lo directo de la acusación las cosas no fueron, por el momento, a peor. Leibniz, desde luego, se quejó a la *Royal Society* —Fatio indicaba en su libro que era miembro de la sociedad— y publicó un escrito de réplica en las *Acta Eruditorum* donde apuntaba que la acusación de Fatio podía haber sido inducida: «Que me disculpe si no contesto a todas sus afirmaciones, hasta que demuestre que no actúa por mandato ajeno, y sobre todo de Newton, con quien nunca tuve rivalidad alguna», e insistía en el descubrimiento independiente de los métodos de cálculo: «En lo que a mí respecta, siempre que se presentó la ocasión he proclamado de muy buena gana sus formidables méritos [los de Newton], y él lo sabe mejor que nadie, y también lo ha declarado públicamente cuando en 1687 publicó en sus *Mathematica Naturae Principia* que algunos de sus nuevos descubrimientos geométricos, comunes a ambos, ninguno de los dos los debía a las luces del otro, sino a las meditaciones propias, y que yo los había expuesto un decenio antes» [Leibniz, 1700: 203].

El enojo de Leibniz contra Fatio de Duillier se diluyó con los años: pasados unos cuantos, Leibniz se referiría a Fatio en

términos elogiosos en su correspondencia con Thomas Burnet [Hall, 1980: 100-101].

La decisión de Newton de incluir en su *Opticks* —aparecida en 1704— los dos apéndices matemáticos, especialmente el *De Quadratura*, tuvo sin duda que ver con la situación que la acusación de plagio de Fatio en 1699 había creado. Y también con uno de los incuestionables éxitos de Leibniz en relación con el cálculo: tuvo el mérito de contribuir, junto con los discípulos que pronto lo siguieron —Jacobo y Juan Bernoulli y el marqués de L'Hospital—, a que el cálculo se convirtiera en los últimos diez años del siglo XVII en una poderosa herramienta matemática al alcance de quien quisiera estudiarla. Como escribió A. Rupert Hall: «La mayor divergencia entre ellos se da en relación con la evaluación del cálculo: ¿era simplemente un desarrollo continuo desde los métodos del análisis conocidos antes, un paso progresivo, o era una mutación, trayendo consigo métodos poderosos del análisis de una calidad totalmente distinta a todo lo que previamente había existido? Newton no lo vio como una mutación aunque, naturalmente, fue consciente del carácter innovador de sus propios descubrimientos. No es, y podemos estar seguros, el menor de los ingredientes en el éxito de Leibniz y su fama posterior, que él sí percibió el cálculo como una mutación, un paso progresivo tan grande como la introducción del álgebra, que las matemáticas nunca serían otra vez las mismas» [Hall, 1980: 90]. No fueron pocos los que durante la polémica reconocieron a Leibniz —y a los Bernoulli— esta faceta de promotor exclusivo del cálculo, más allá de quién, él o Newton, pudo haberlo inventado primero; la siguiente cita, de una carta que el francés Rémond de Monmort escribió al newtoniano Brook Taylor en diciembre de 1718 es buena muestra de lo que digo: «No examinaré en absoluto aquí los derechos que los señores Newton y Leibniz tienen sobre la primera invención del cálculo diferencial e integral [...] Sólo quiero hacerle ver que es insostenible pretender que los señores Leibniz y los hermanos Bernoulli no son los verdaderos y casi únicos promotores de estos cálculos. Porque fueron ellos y ellos solos quienes nos enseñaron las reglas de diferenciación e integración, la manera de usar el cálculo para encontrar las tangentes de las curvas, sus puntos de inflexión e inversión, sus extremos,

evolutas, cáusticas por reflexión y refracción, la cuadratura de las curvas, centros de gravedad, de oscilación, y de percusión, problemas del método inverso de tangentes tales como, por ejemplo, el que generó tanta admiración por Huygens en 1693, de encontrar la curva de tangente con una razón dada a la subtangente. Fueron ellos los primeros que expresaron curvas mecánicas mediante ecuaciones, quienes nos enseñaron a separar las variables en las ecuaciones diferenciales, a disminuir su orden e interpretarlas mediante logaritmos o mediante rectificación de curvas cuando fuera posible, y quienes, finalmente, por las muchas y hermosas aplicaciones del cálculo a muchos y difíciles problemas de mecánica, tales como el de la catenaria, la vela, la elástica, el descenso más rápido y la paracéntrica, nos han situado a nosotros y a nuestros descendientes en el camino de los más profundos descubrimientos» [NC VII, 1977: 21-22].

En una advertencia al inicio de la *Opticks*, Newton explicó por qué añadía los opúsculos matemáticos —desaparecieron en la segunda edición de la *Opticks* publicada en 1717—: «En una carta escrita al señor Leibniz el año 1676,[50] publicada por el doctor Wallis, hacía mención de un método gracias al cual había encontrado algunos teoremas generales relativos a la cuadratura de figuras curvilíneas, a su comparación con las secciones cónicas, o con las figuras más sencillas con las que se puedan comparar. Como hace unos años presté un manuscrito que contenía tales teoremas, y luego he encontrado que han sido copiadas algunas de las cosas allí contenidas, aprovecho esta ocasión para publicarlo, precedido de una *Introducción* y seguido de un *Escolio* relativo a dicho método» [Newton, 1977: 3-4]. La acusación directa de plagio que hace Newton no iba dirigida a Leibniz —como en alguna ocasión se ha escrito—[51] sino al médico escocés George Cheyne. En efecto, Cheyne había publicado en 1703 un libro, *Fluxionum methodus inversa,* donde recogía y sistematizaba resultados varios sobre cuadraturas debidos a Newton —los tomó del resumen del *De Quadratura curvarum* publicado en las obras de Wallis—, Leibniz,

50. En la *Opticks* aparecía, sin duda por error, el año 1679. La carta en cuestión es la *Epistola posterior.*

51. Véase, por ejemplo, [More, 1962: 576-7].

Gregory, Craig y Juan Bernoulli. A ese libro es al que se refería Newton cuando denunciaba que había encontrado *copiadas* algunas cosas, aunque la referencia es algo injusta, porque Cheyne no sólo no copió a Newton, sino que lo elogió mucho y sinceramente, incluso llegó a escribir: «Declaro que todo lo que ha sido publicado por otros durante los pasados veinticuatro años, más o menos, relativo a estos métodos u otros parecidos, es sólo una repetición o un corolario fácil de lo que Newton hace mucho tiempo comunicó a sus amigos o al público» [Hall, 1980: 132].[52] A estas palabras de Cheyne replicó Leibniz duramente:

52. La mala relación de Newton con Cheyne venía de antes de la publicación del libro: Cheyne fue a ver a Newton —concretamente en 1702—; entonces, según contó muchos años después John Conduitt —el marido de la sobrina de Newton—, se produjo un tremendo malentendido entre ambos: Newton pensó que Cheyne iba a pedirle dinero para la publicación de su libro, cuando en realidad iba a consultarle sobre el contenido de su publicación. Cheyne rehusó el dinero que Newton le ofreció, mientras que Newton quedó algo resentido y enfadado con el encuentro hasta el punto de no querer recibir a Cheyne nunca más. Ante la posibilidad de que Cheyne publicara resultados de su *De Quadratura curvarum*, como así ocurrió, Newton se decidió por publicar él también, aunque más que la posibilidad de que Cheyne pudiera plagiarle, que no lo hizo, lo que movió a Newton a publicar fueron unas razones mucho más sutiles; así las explicó Whiteside: «En los diez años pasados desde que él [Newton] había manuscrito su versión revisada del tratado sobre cuadraturas, las técnicas contemporáneas para cuadrar curvas habían progresado al punto en que sus proposiciones corrían grave riesgo de ser duplicadas e, incluso, un matemático de no demasiada agudeza como Cheyne no encontró gran dificultad en recuperar y aplicar sus métodos básicos para extraer la raíz de una ecuación fluxional mediante una serie infinita de potencias de la base fluente» [Whiteside VIII, 1981: 19]; y es que, en efecto, el propio Cheyne fue capaz de encontrar las demostraciones que Newton no incluyó en el resumen de sus resultados que había publicado Wallis. Publicado a principios de la década de 1690 cuando fue compuesto, y en su totalidad, el *De Quadratura* hubiera tenido mucho que enseñar a los matemáticos europeos, incluidos Leibniz y sus discípulos, pero en 1704, y en versión reducida, nada había en el *De Quadratura* que éstos no pudieran fácilmente hacer o, incluso, haber hecho ya. Las relaciones de Cheyne con Newton seguirían siendo malas. A cuenta de la *provocación de su libro* —David Gregory *dixit*—, Newton azuzó a De Moivre para que lo desprestigiara —matemáticamente—; véase, para más detalles, [Schneider, 1968: 204]. Newton tenía en su biblioteca tanto un ejemplar del *Fluxionum methodus inversa* de Cheyne, como de las *Animadversiones* que publicó (1704) De Moivre contra él, como de la contestación posterior de Cheyne (1705); el ejemplar del libro de De Moivre con-

«Trata torpemente de reclamar para Newton el método de series con coeficientes indeterminados, cuya determinación se obtiene comparando sus términos; pero fui yo quien lo publicó [en 1693], cuando no era conocido ni de mí ni de nadie —al menos en el dominio público— que Newton también disponía del método», y también, «puede que el señor Newton descubriera algunas cosas antes que yo, como yo descubrí otras antes que él. Ciertamente, no he encontrado ninguna indicación de que él conociera el cálculo diferencial, o algo equivalente, antes que yo» [Hall, 1980: 132-133].

Pero fue el *De Quadratura* el que generó el siguiente episodio importante en la polémica. Leibniz preparó una reseña para las *Acta Eruditorum* que apareció de manera anónima en el número de enero de 1705 —páginas 30 a 36—; aunque negaría luego la autoría de la reseña, Edward G. Guhrauer, uno de los biógrafos de Leibniz, descubrió a mediados del siglo XIX el manuscrito original de la reseña con la firma de Leibniz. El párrafo conflictivo de la reseña es el siguiente: «Para que esta Introducción [*De Quadratura*] pueda ser mejor entendida, los siguientes hechos deberían ser conocidos. Cuando una cantidad varía continuamente, como por ejemplo una línea varía por el fluir de un punto que la describe, aquellos incrementos momentáneos son llamados *diferencias* [...] Y por tanto ha aparecido el cálculo *diferencial* y su converso, el cálculo *sumatorio*. Los elementos de ese cálculo han sido publicados por su inventor el

---

serva todavía hoy varias de las marcas características de Newton, en forma de *oreja de perro,* para indicar algo que le interesaba especialmente: un doblez de la correspondiente hoja quedando la esquina sobre aquello que le interesaba [Harrison, 1978: 118 y 193]. A pesar de la intensa fe newtoniana de Cheyne —estuvo pensando en publicar un libro titulado *Principia medicinae theoreticae mathematica* donde iba a aplicar a la medicina el mismo rigor matemático que Newton había aplicado a la mecánica celeste; sobre las supuestas aplicaciones que durante el siglo XVIII se hicieron de la mecánica newtoniana a la fisiología, véase el artículo de W. Coleman [Newton, 1970: 322-332]—, éste se daría pocos años después de baja de la *Royal Society* —recordemos que Newton la presidía desde finales de 1703— y nunca más se dedicó a las matemáticas ni a la filosofía natural [Westfall, 1983: 639]. Cheyne, que se ganó merecida fama de juerguista mientras vivió en Londres, acabó retirándose a Bath, donde ejerció como médico recomendando a sus pacientes vida pía y sobria [Biogr. Cient. II, 1981: 244-245].

doctor Gottfried Wilhelm Leibniz en estas *Acta*, y sus varios usos han sido mostrados por él y por los doctores y hermanos Bernoulli y por el doctor marqués de L'Hospital. En vez de las diferencias leibnizianas, el doctor Newton empleó, y ha empleado siempre, *fluxiones, que son lo mismo que los aumentos de las fluentes producidas en los más pequeños intervalos iguales de tiempo*. Él ha hecho elegante uso de estas fluxiones en sus *Principia Mathematica* y en otras publicaciones, justo como Honoré Fabri en su *Sinopsis Geometrica* sustituye el movimiento progresivo por el método de Cavalieri» [Leibniz, 1705: 34-35] —se han mantenido las cursivas tal y como aparecen en las *Acta Eruditorum*.

Tal cual, el párrafo anterior no parece escrito para herir ninguna sensibilidad: la expresión *En vez de las diferencias leibnizianas, el doctor Newton empleó, y ha empleado siempre, fluxiones,* no presupone que las diferencias fueran anteriores a las fluxiones. Sin embargo, Leibniz empleó ahí una expresión latina que admitía una doble lectura: *adhibet, semperque adhibuit* puede ser traducido por *empleó, y ha empleado siempre*, o por *sustituyó y ha sustituido siempre*, con lo que la frase anterior adquiere unas connotaciones muy distintas. Estas connotaciones quedan amplificadas si tenemos en cuenta las referencias a Fabri y Cavalieri: en la comparación, Newton tiene el papel de Fabri y Leibniz el de Cavalieri; ahora bien, Fabri lo que hizo fue interpretar los indivisibles de Cavalieri en términos de flujo:[53] ¿no quería entonces Leibniz decir que Newton, al igual que el otro, había interpretado las diferencias leibnizianas en términos de flujo? Es posible que Leibniz no fuera consciente de la interpretación que se le podía dar a lo que estaba escribiendo; es más probable que se tratara, en opinión de Hall, de un simple *lapsus freudiano* [Hall, 1980: 140]. Leibniz defendería luego que esta interpretación del párrafo no buscaba otra cosa que generar un pretexto para iniciar la pelea; aclaró entonces que quien fuera que redactara la reseña (*sic*) había usado la expresión *adhibuit* en relación a Newton mientras que con Fabri había empleado *substituit*: había pues que traducir *adhibuit* por

53. Hay quien sostiene, no sin algún fundamento, que Fabri no interpretó a Cavalieri sino que lo plagió [More, 1962: 581].

emplear en el caso de Newton y, por tanto, al usar dos verbos distintos según se refiriera a Newton o Fabri no estaba estableciendo ninguna comparación entre ellos [NC VI, 1976: 304-305]. De nuevo en la polémica se peleaba palabra por palabra; y no sería la última vez. En cualquier caso, la reseña quedó en un principio sin respuesta: ya sea porque, en primera instancia, la presunta doble intención pudo pasarle desapercibida a Newton y sus seguidores, ya sea porque, más probablemente, ni siquiera la leyó.

Aunque la respuesta llegó. Se produjo tres años después y llevaba la firma del escocés John Keill[54] —que acabó convirtiéndose, probablemente más por decisión propia que por decisión de Newton, en una infatigable punta de lanza contra Leibniz: «un caballo de guerra», como lo describió F. Manuel, «de ardor tan intenso que Newton tuvo algunas veces que tirarle de las riendas» [Manuel, 1968: 273]—; se publicó en las *Philosophical Transactions* de la *Royal Society* en el volumen correspondiente a septiembre/octubre de 1708 —aparecido en 1709—. Keill, en un artículo titulado «Sobre la ley de las fuerzas centrípetas», acusaba a Leibniz de plagio: «Todas estas proposiciones siguen de la celebradísima aritmética de fluxiones, que sin ninguna duda inventó primero el doctor Newton, como puede fácilmente ser comprobado por quien lea las cartas publicadas por Wallis; la misma aritmética, bajo un cambio de nombre y notación, fue publicada después por el doctor Leibniz en las *Acta Eruditorum*».

54. John Keill nació en diciembre de 1671 en Edimburgo, en cuya universidad fue alumno de David Gregory; perteneció a la primera hornada formada en la recién publicada filosofía newtoniana. Se graduó en Oxford, adonde había ido de la mano de Gregory cuando éste se instaló allí como catedrático saviliano. Keill ocuparía este puesto de catedrático saviliano desde 1712 hasta su muerte en agosto de 1721. Ingresó en la *Royal Society* en 1700. Keill fue un propagador incansable de la filosofía de Newton, en cuyo bando participó destacada y, en ocasiones, fieramente en varias controversias. La más importante de éstas fue la mantenida con Leibniz sobre el descubrimiento del cálculo, aunque no fue la única; menos conocido y menos virulento fue el enfrentamiento que, al inicio de su carrera —hacia 1698—, sostuvo con Burnet, Whiston y Bentley, de los que criticó sus planteamientos cosmogónicos sobre la creación del mundo contaminados de filosofía natural cartesiana [Biogr. cient. IV, 1981: 275-277].

Las *Philosophical Transactions* era la revista de la *Royal Society* —lo que le daba un cariz más institucional a la acusación— y, puesto que Leibniz era desde su primera visita a Londres en 1673 miembro de la sociedad, envió en febrero de 1711 una carta al secretario Hans Sloane de la *Royal Society* pidiendo la rectificación de Keill [NC V, 1975: 96-97]. Quizá Leibniz no valoró que la misma polémica sobre el cálculo estaba afectada por las críticas contra el fundamento metafísico de la gravitación newtoniana, críticas estas que provenían del bando de Leibniz, a veces incluso del mismo Leibniz, y que tenían frecuente eco en las *Acta Eruditorum* —bien pudo encontrar Keill también motivación en esas críticas para su acusación de plagio—; para desgracia de Leibniz, quizá tampoco valoró bien, cuando fue a pedir apoyo y defensa a una *Royal Society* presidida por Newton, las connotaciones nacionalistas que la polémica, junto con las críticas a la gravitación, tenían como ataque de los científicos del continente a la ciencia inglesa representada por su máximo baluarte: Newton. Estas referencias nacionalistas se encuentran por doquier, directa o indirectamente, en las muchas cartas y documentos publicados por los implicados en la polémica: por ejemplo, William Jones informando en octubre de 1711 a Cotes: «Tengo pocas noticias que enviarte; sólo que los alemanes y franceses han atacado de manera violenta la filosofía de sir Isaac Newton [...]» [NC V, 1975: 203]. O Leibniz escribiendo a Juan Bernoulli en junio de 1713: «Desde hace muchos años los ingleses han estado tan hinchados de vanidad, incluso los más distinguidos de ellos, que no han perdido oportunidad de arrebatar cosas a los alemanes y reclamarlas como propias. Boyle se atribuyó a sí mismo el descubrimiento de Glauber de la renovación del salitre; la misma persona se atribuyó toda la invención de la bomba neumática de Von Guericke con solo modificar algunos detalles de su estructura, y los ingleses, y otros siguiendo su ejemplo, ignoran al verdadero inventor llamándola la "máquina de Boyle". Ahora quieren privar a Nicolás Mercator de Holstein de la gloria de haber sido el primer descubridor de una serie y están disgustados conmigo por vindicar el honor de un muy buen hombre, mi amigo. Así Huygens vindicó el descubrimiento de Heuraet contra la oposición de Wallis que lo atribuía a cierto Neile» [NC VI, 1976: 8-9].

En vez de la carta de rectificación que a través de la *Royal Society* pidió a Keill, Leibniz recibió una respuesta muy distinta. La *Royal Society* decidió inicialmente que el secretario Sloane redactara la contestación a Leibniz pero, dos semanas después, cambió de opinión, y solicitó a Keill la redacción de una contestación favorable a Newton; el cambio de opinión de la *Royal Society* pudo deberse a que durante esas dos semanas Keill le mostró a Newton la reseña leibniziana del *De Quadratura* aparecida en el número de enero de 1705 de las *Acta Eruditorum*, que al parecer Newton todavía no conocía; en carta fechada el 3 de abril de 1711, Keill le decía a Newton: «Le adjunto aquí las *Acta* de Leipzig donde aparece la reseña de su libro, me gustaría que leyera desde la página 39 donde dice:[55] "más aún, el autor [Newton] no toca el foco de las curvas de segundo grado, todavía menos sobre las de grado superior", hasta el final» [NC V, 1975: 115]. Fue al leerla cuando Newton escribió al secretario Sloane: «Tengo más razones para quejarme de los compiladores de los artículos matemáticos de las *Acta* que el señor Leibniz del señor Keill» [NC V, 1975: 117] y decidió el cambio de actitud de la sociedad —todo lo cual lo reflejó luego Newton en el *Account*—. Newton ejercía por entonces un control total sobre la *Royal Society*, que llevaba presidiendo más de ocho años. Keill redactó su respuesta con el asesoramiento de las cartas y los documentos de Collins que William Jones había adquirido en 1708 y, posiblemente, aunque no seguro, con la inestimable ayuda de Newton. Entre esos documentos se encontraba la copia que Newton le envió a Collins en 1699 del *De Analysi*, lo que motivó que William Jones pidiera permiso a Newton para publicarlo. Así, el 31 de enero de 1711 fue presentado a la *Royal Society* un ejemplar del *Analysi per quantituatum series, fluxiones, ac differentias*, un libro cuyo editor era Jones y que contenía, además del *De Analysi*, varios fragmentos de cartas —de las *Epistolae prior* y *posterior*, por ejemplo—, el *De Quadratura curvarum*, la clasificación de las cúbicas y un tratado sobre interpolación usando diferencias finitas. Su aparición y composición debió mucho al momento álgido que la polémica vivía por esos días; en palabras de Hall/Ti-

55. En realidad la página es la 34, no la 39.

lling: «Esta publicación, junto con el prefacio de Jones, fue una poderosa confirmación de la prioridad de Newton en las nuevas matemáticas» [NC V, 1975: 95, n. 2]. Especialmente valiosa fue la inclusión del *De Analysi*, que se publicaba por primera vez; no sólo garantizaba que Newton había sido el primer descubridor del cálculo, también mostraba que, aunque de manera restringida, había dado a conocer su cálculo. Todavía más, andando el tiempo, Newton empezó a sospechar que entre los que habían visto el *De Analysi* se encontraba su propio rival, Leibniz, que pudo verlo en su segunda visita a Collins. La mano de Newton se advierte en toda la composición del *Analysis* y, especialmente, en el prefacio donde Jones estableció el descubrimiento newtoniano de su cálculo infinitesimal hacia 1665; como escribió Westfall: «Aunque en el prefacio no se menciona a Leibniz, su insistencia en las fechas de la década de 1660 era suficientemente explícita» [Westfall, 1983: 717]. A la inclusión del *De Analysi* se unió una muy bien elegida selección de extractos de cartas: de las que envió a Leibniz en 1676, por supuesto, pero también otras que venían a sugerir que el *De Quadratura* —que también se incluía en el libro: una buena ilustración de lo que Newton era capaz de resolver con sus métodos— pudo estar redactado, o al menos bastante avanzado, cuando el intercambio epistolar con Leibniz. «Keill fue brutalmente directo», escribió al respecto Westfall, «pero el mensaje más suave de Jones tenía el mismo significado» [Westfall, 1983: 718].

Los documentos de Collins comprados por Jones fueron en ese momento muy valiosos para Newton pues, como afirmó Westfall: «Ofrecieron a Newton evidencia documental, independiente de sus propios documentos, de sus primeros descubrimientos matemáticos. Al final, hizo de esos documentos objetos centrales en toda la controversia» [Westfall, 1983: 717]. De hecho, William Jones acabó formando parte de la comisión que nombró la *Royal Society* para dictaminar sobre la denuncia de Leibniz por la acusación de Keill, y casi todos los documentos que se publicaron en el *Commercium Epistolicum* eran propiedad de Jones.[56]

56. Entre otras cosas fue el encargado, junto con Halley y Machin, de im-



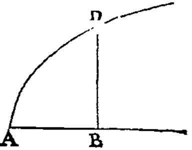
DE ANALYSI

Per Æquationes Numero Terminorum INFINITAS.

Methodum generalem, quam de Curvarum quantitate per Infinitam terminorum Seriem mensuranda, olim excogitaveram, in sequentibus breviter explicatam potius quam accuratè demonstratam habes.



ASI *AB* Curvæ alicujus *AD*, sit Applicata *BD* perpendicularis: Et vocetur $AB = x$, $BD = y$, & sint a, b, c, &c. Quantitates datæ, & m, n, Numeri Integri. Deinde,



Curvarum Simplicium Quadratura.

REGULA I.

Si $ax^{\frac{m}{n}} = y$; *Erit* $\frac{an}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}} =$ *Areæ ABD.*

Res Exemplo patebit.

1. Si x^2 $(= 1x^{\frac{2}{1}}) = y$, hoc est, $a = 1 = n$, & $m = 2$; Erit $\frac{1}{3}x^3 =$ ABD.

A

2. Si

Primer artículo publicado por Leibniz sobre el cálculo diferencial (1684).

La carta de Keill fue leída en la *Royal Society* en sesión presidida por Newton y celebrada el 24 de mayo de 1711. En ella Keill hacía referencia a la reseña anónima del *De Quadratura* newtoniano: «En la recensión que hicieron de la obra de Newton sobre fluxiones y de las cuadraturas, afirmaron expresamente que Leibniz había sido el inventor del método y dijeron que Newton empleaba, y siempre había empleado, las fluxiones en vez de las diferencias de Leibniz»; y más adelante arremetía contra Leibniz: «Seguramente los méritos de Leibniz en el campo del conocimiento son muy grandes; lo reconozco sin problemas, como nadie que haya leído sus contribuciones en las *Acta* de Leipzig puede negar que Leibniz es experto en las más incomprensibles partes de las matemáticas. Puesto que posee tan incuestionables riquezas ciertamente no entiendo cómo desea colmarse con los espolios robados a otros. [...] Y así, como este ilustre personaje ha apelado ante la *Royal Society* y desea que yo atestigüe públicamente que no tuve intención de calumniarle, tengo que mostrar, para descargarme yo de la acusación de difamador, que el señor Newton fue el verdadero y primer descubridor de la aritmética de fluxiones o cálculo diferencial, y fue después de que él enviara claras y obvias indicaciones de este método a Leibniz cuando fue fácil para este último dar con el mismo método» [NC V, 1975: 142-143]. Como escribió Westfall: «Si Newton fue a hablar por la boca de otro, no pudo encontrar un instrumento más a su semejanza» [Westfall, 1983: 721]. Juan Bernoulli acabó refiriéndose a Keill como «el mono de Newton» [Westfall, 1983: 764].[57]

Cuando Leibniz recibió la carta de Keill —que nunca fue publicada en las *Philosophical Transactions*: apareció por primera vez publicada en el *Commercium Epistolicum*— respondió reconociendo la paternidad compartida del cálculo: «No hay razón por la que deba instruir, refutando su reconstrucción de mi forma de obtener el conocimiento de las cosas, a quien

primir los documentos que compondrían el *Commercium Epistolicum*; a él se le encargó también hacer una estimación del coste [NC V, 1975: xxvii].

57. Aunque la palabra inglesa *ape* puede también traducirse por *imitador*, he preferido hacer una traducción literal que, con total seguridad, sería el sentido preferido por Bernoulli.

como él [Keill] tiene tan insuficiente experiencia como para juzgar las formas de descubrir; mis amigos saben cómo procedí por un camino bastante diferente y persiguiendo objetivos bastante distintos. Es inútil por su parte apelar al ejemplo de las *Acta* de Leipzig para hacerse perdonar sus propias palabras, porque allí no encuentro nada que detraiga algo de alguien; por contra, encuentro que en párrafos aquí y allí cada uno recibe lo que le es debido. Yo, también, y mis amigos, hemos declarado en varias ocasiones que el ilustre descubridor de las fluxiones llegó por su propio esfuerzo a principios básicos como los nuestros. No tengo yo menos derecho que él [Newton] a reclamar el descubrimiento, como Huygens —quien fuera el más inteligente e incorruptible juez— también reconoció públicamente»; y pidiendo amparo a la *Royal Society* sobre los insultos de Keill: «Me someto a su sentido de la justicia, para determinar si deberían o no ser acallados rebuznos tan vacíos e injustos, que creo el mismo Newton desaprobaría, siendo persona distinguida que sabe cómo sucedieron las cosas; espero que él dará libremente su opinión sobre este asunto» [NC V, 1975: 208]. La carta de Leibniz, fechada el 29 de diciembre de 1711, llegó a la *Royal Society* el 31 de enero de 1712. Conviene recoger aquí la opinión que le merecían a Newton los segundos inventores: «[Leibniz] tiene que renunciar también a todos los derechos sobre el método de diferencias: porque los segundos inventores no tienen derechos. El único derecho es del primer inventor aunque otro aparte descubra lo mismo. Tomar los derechos del primer inventor y dividirlos entre él y el otro sería, de otra forma, un acto de injusticia», y, más adelante, «y si el señor Leibniz hubiese descubierto el método, sin la ayuda de Newton, todavía los segundos inventores no tienen derechos». La cita es del *Account.* Cuando éste se tradujo al latín y se publicó como prefacio a la segunda y posteriores ediciones del *Commercium,* Newton alteró ese párrafo y lo hizo todavía más duro contra Leibniz: «A los segundos inventores, aun siéndolo realmente, no les corresponde ningún honor; su título o derecho es nulo. ¿Qué decir, por consiguiente, de aquellos que ni siquiera tienen argumentos ciertos para demostrar que son segundos inventores?» [Commercium, 1724: 49]. Claro que, según apuntó Hall: «La opinión despreciativa de Newton de que no hay fama para "segundos

inventores" no se aplica en el caso en que —como aquí— el "primer inventor" ha mantenido en privado su descubrimiento» [Hall, 1980: 21].

En febrero de 1712 se publicó en las *Acta Eruditorum* una reseña anónima del *De Analysi*.[58] La reseña, que Newton pudo leer a principios de 1713, le enfureció de tal modo que empezó a redactar hasta tres versiones de respuesta, ninguna de las cuales acabó —se pueden leer en [Newton II, 1968: 263-273]—. La gran cantidad de esbozos conservados de cartas y respuestas inconclusas es indicativo de hasta qué punto Newton estuvo en esos años afectado y absorbido por la polémica; y no es el único indicio: también lo son los comentarios escritos de su mano en los márgenes de las reseñas y escritos de Leibniz o sus amigos relacionados con la polémica.

La suerte de Leibniz estaba echada: para aplacar su furia, «Newton tropezó con una solución inesperada», escribió Westfall, «Leibniz mismo había apelado a la justicia de la *Royal Society*. Muy bien, déjese pues que la sociedad juzgue la cuestión» [Westfall, 1983: 724]. Para lo cual se nombró una comisión de seis miembros amigos todos de Newton —entre los que se encontraban Halley y Jones, el primero editor de la primera edición de los *Principia*, el segundo editor del *De Analysi*—, a la que se unieron con posterioridad cinco más, cuatro de ellos eran otros tantos *partisanos sin escrúpulos* —Augusto de Morgan *dixit*— de Newton y, para dar alguna apariencia de imparcialidad, el quinto miembro era el representante en Londres del reino de Prusia —Frederick Bonet—, que se unió a la comisión una semana antes de que ésta dictaminara y, por tanto, no participó en la redacción del dictamen. La composición de la comisión quedó, sin embargo, en el secreto —la lista de sus miembros no se conoció hasta el siglo XIX; parece ser que fue Augusto de Morgan quien primero la hizo pública en 1846 [De Morgan, 1914: 27, n. 3 y 68, n. 2]—. La comisión tan sólo de-

58. No hay evidencias documentales de que el autor fuera, en este caso, Leibniz. Whiteside afirmó que sí: por las evidencias internas de la reseña [Whiteside II, 1968: 259, n. 1] —allí viene reproducido un extracto: páginas 259 a la 262—; mientras que Hall dijo, primero que sí [NC VI, 1976: 218, n. 1] —probablemente suscribiendo la opinión de Whiteside—, pero luego que no [Hall, 1980: 183].

moró cincuenta días en revisar los documentos de Collins, que aportó Jones, y las cartas de Oldenburg, en poder de la *Royal Society*, y dictaminar: quizá incluso fueron muchos días, dado que fue Newton quien redactó casi en su totalidad las conclusiones. El dictamen es el siguiente:[59]

> *Hemos consultado las cartas y libros de actas en custodia de la Royal Society, y aquellos encontrados entre los documentos del señor John Collins fechados entre los años 1669 y 1677 inclusive, y mostrados a quienes conocían las caligrafías de los señores Barrow, Collins, Oldenburg y Leibniz,* y comparadas aquellas del señor [James] Gregory y con copias de algunas manuscritas por el señor Collins; y hemos extraído de ellas lo relativo al asunto que nos ocupa: creemos que todos los extractos aquí adjuntados son genuinos y auténticos, y de estas cartas y documentos encontramos:
>
> • *Que el señor Leibniz estuvo en Londres al comienzo del año 1673, y fue entonces* o por marzo *a París, donde mantuvo correspondencia con el señor Collins a través del señor Oldenburg hasta septiembre de 1676, cuando regresó a Hannover por Londres y Amsterdam; y que el señor Collins actuó de forma muy ligera comunicándoles* a matemáticos capaces *lo que él había recibido de los señores Newton y [James] Gregory.*
>
> • *Que, cuando el señor Leibniz estuvo por primera vez en Londres, afirmó* haber inventado otro *método de diferencias* así propiamente llamado; y a pesar de que el doctor Pell le mostró que era el método de Mouton, él persistió en mantener que era su propia invención, por las razones de que él lo encontró por sí mismo sin conocer lo que Mouton había hecho antes, y lo había mejorado mucho. *Y no encontramos que mencionara haber tenido otro método diferencial que ese de Mouton antes de su carta del* 21 de *junio de 1677, que fue un año después de que* una copia de *la carta del señor Newton,* de fecha 10 de diciembre de 1672, *le hubiera sido enviada a París,*[60] *y más de cuatro años des-*

59. En la cita que sigue se han usado cursivas para indicar la parte del dictamen que se debió a la mano de Newton tal y como se recoge en la fuente consultada; en [Newton VIII, 1981: 545-560] se pueden leer distintas variantes que Newton preparó para el dictamen de la comisión y para el prefacio que acompañaría al *Commercium Epistolicum*: dan buena idea de la obsesión que, en esos momentos de la disputa, aquejaba a Newton.

60. Éste fue un error —¿intencionado?— de Newton, que después re-

pués de que el señor Collins empezara a enviar esa carta a sus corresponsales: carta en la que el método de fluxiones estaba suficientemente descrito para cualquier persona inteligente.

• *Que, por la carta del señor Newton del 13 de junio de 1676, parece que él tenía el método de fluxiones cerca de cinco años antes de escribirla; y por su Analysis per aequationes numero terminorum infinitas enviado por el doctor Barrow al señor Collins en julio de 1669, encontramos que él había inventado el método antes de esa fecha.*

• *Que el método diferencial es uno y el mismo que el método de fluxiones, exceptuando el nombre y la forma de las notaciones, el señor Leibniz llamando diferencias a aquellas cantidades que el señor Newton llama momentos o fluxiones, y denotándolas por una* d, *un signo no usado por el señor Newton. Y así consideramos que la cuestión apropiada no es quién inventó este o aquel método sino quién fue el primer inventor del método. Y creemos que aquellos que han reputado al señor Leibniz como el primer inventor sabían poco o nada de su correspondencia de mucho antes con el señor Collins y el señor Oldenburg, ni que el señor Newton tuviera ese método quince años antes de que el señor Leibniz empezara a publicarlo en las Acta Eruditorum de Leipsick.*

Por estas razones reconocemos que el señor Newton fue el primer inventor, y somos de la opinión de que el señor Keill, afirmando lo mismo, no ha hecho injuria alguna al señor Leibniz [NC V, 1975: xxvi]; [Commercium, 1724: 241-244].

Al dictamen del comité se le unieron los documentos y cartas sobre los que se había basado —convenientemente anotados para los intereses de Newton— y todo ello fue publicado bajo el nombre de *Commercium Epistolicum D. Johannis Collins, et aliorum de analysi promota* en 1712 —se presentó en la sesión de la *Royal Society* del 8 de enero de 1713— con cargo a la *Royal Society*. Se hicieron pocas copias y la distribución —no se puso a la venta— fue discrecional, pero muy intencionada, recibiéndose copias en las instituciones apropiadas de Alemania, Francia, Italia, etc.; aunque el propio Leibniz tardó en hacerse con uno de los ejemplares. Como se contará más adelan-

produciría en el *Account* con reiteración: esa carta de 10 de diciembre de 1672 nunca le fue enviada por Oldenburg a Leibniz, aunque éste pudo verla durante su segunda visita a Londres [NC V, 1975: xlix, n. 10].

te, a esta escasez de ejemplares puso remedio Newton en 1722, seis años después de la muerte de Leibniz, publicando una segunda edición —ampliada— que sí se puso a la venta.

La primera edición del *Commercium* incluía el *De Analysi*, numerosos extractos de cartas y cartas de Collins —entre ellas figuraban aquellas en las que Collins dio noticias (a Sluse, Bertet, Borelli, etc.) del *De Analysi* newtoniano—, las cartas, o extractos, que intercambiaron Oldenburg y Leibniz entre 1672 y 1677, las *Epistolae prior* y *posterior* íntegras y las respuestas leibnizianas, extractos de las reseñas anónimas de Leibniz —a las *Opera* de Wallis y al *De Quadratura* de Newton—, los ataques de Fatio y Keill a Leibniz, las solicitudes de amparo de éste a la *Royal Society* y la respuesta de Keill —el contenido descrito aquí no es exhaustivo: el índice detallado se puede ver en [Whiteside VIII, 1981: 548, n. 47]—. Los originales de la mayor parte de los documentos fueron depositados en la *Royal Society,* donde todavía hoy permanecen.

Al *Commercium Epistolicum* se le adjuntó también un prefacio —*Ad lectorem*—, redactado por Newton, para *ubicar convenientemente* al lector en la disputa.

«Si se hubiera actuado con justicia, se me habría informado de que la sociedad quería examinar a fondo el asunto», se quejaba Leibniz, con razón, año y medio después, sobre el carácter parcial del dictamen de la *Royal Society* incluido en el *Commercium*, «y se me debía haber dado la oportunidad de declarar si expondría mis razones y si consideraba sospechoso a alguno de los jueces. Así, se han pronunciado después de haber escuchado a una sola de las partes, de tal forma que la nulidad del procedimiento es manifiesta» [NC VI, 1976: 105].

Los documentos contenidos en el *Commercium* eran, por varias razones, inadecuados para dilucidar la polémica: por un lado, daban la impresión de que Leibniz había recibido más información, y antes, de la que realmente le llegó; y por otro, hacía sólo hincapié en la cuestión de la prioridad en el descubrimiento de los resultados que el cálculo propició, más que en el descubrimiento y desarrollo de los métodos propios del cálculo. En cualquier caso, el contenido de las cartas y los documentos publicados en el *Commercium* ponía a Leibniz en una situación muy complicada. Cuando Juan Bernoulli le informó en

mayo de 1713 sobre la publicación y el contenido del *Commercium* escribió: «Mi sobrino me trajo de París una sola copia del *Commercium* [...] Lo he leído no sin poca atención. Este modo escasamente civilizado de hacer las cosas me desagrada particularmente; usted, de una vez, es acusado de plagio ante un tribunal consistente, a lo que parece, de participantes y testigos a la vez, entonces son exhibidos documentos contra usted, y la sentencia es aprobada, usted pierde el caso y es condenado» [NC VI, 1976: 3]. Y un año después Bernoulli, ya asimilado lo publicado en el *Commercium* y lo que implicaba, escribió lo siguiente a Leibniz: «Si usted hubiera tenido a mano los documentos y cartas que intercambió en tiempos con los ingleses, habría descubierto argumentos más y más fuertes que se pueden usar, porque algunas de esas cartas expuestas en el *Commercium Epistolicum* me parecen muy sospechosas, si no han sido completamente fabricadas, entonces al menos han sido alteradas y falsificadas» [Ibíd., 133].

Hasta mediados del siglo XIX, con la edición de Gerhardt de los escritos matemáticos de Leibniz, no hubo evidencia documental de que Leibniz hubiera hecho su descubrimiento del cálculo de forma independiente a Newton [Hall: 1980: 245]. En cierta forma, el *Commercium Epistolicum* y las obras matemáticas de Newton, publicadas tardíamente, pero publicadas al fin durante las primeras décadas del siglo XVIII, decidieron documentalmente la batalla en favor de Newton. Así, no es extraño que en el prefacio de la edición francesa del *De Methodi* (1740), el conde de Buffon escribiera: «Sólo Newton es autor de estos maravillosos métodos de cálculo» [Hall, 1980: 253]. Otra cosa fue que la batalla matemática la ganara Leibniz, gracias a sus sucesores: primero los Bernoulli y después Euler hicieron que su cálculo diferencial triunfara conforme pasaba el siglo XVIII, de manera que a principios del XIX, incluso los ingleses tuvieron que aceptar el mayor desarrollo y potencia alcanzado en el continente —fue simbólica la creación en 1812 por Charles Babbage, John Herschel (hijo del gran astrónomo William Herschel) y George Peacock de la Sociedad Analítica, uno de cuyos objetivos era promover en Inglaterra la sustitución de la notación del punto de Newton por el sistema de Leibniz.

Conviene mencionar que todo el episodio en torno al *Com-*

mercium Epistolicum y la implicación de la *Royal Society* encontró a Newton preparando —con la inestimable ayuda de Roger Cotes— la segunda edición de los *Principia*, que apareció finalmente a mediados de 1713. Aunque Newton había iniciado la redacción de otras versiones del escolio del lema II del libro II que hacía referencia a Leibniz, decidió finalmente dejarlo, con un pequeño retoque relativo a notación y símbolos, tal cual estaba; probablemente Newton actuó por prudencia teniendo en cuenta que en esos momentos gestaba la jugada del *Commercium Epistolicum* [Westfall, 1983: 743].[61]

Sin embargo, en la tercera edición de los *Principia*, aparecida en 1726, un año antes de la muerte de Newton y diez después de la de Leibniz, y en las aparecidas con posterioridad, se incluyó la siguiente reformulación —debida a Newton; compárese con la que se citó de la primera edición más arriba—: «En una carta que escribí al señor Collins el 10 de diciembre de 1672, una vez que descubrí el método de tangentes que sospechaba ser el mismo que el de Sluse, no publicado todavía en aquella fecha, añadí: "Esto es un caso particular, o mejor un corolario, de un método general que se extiende sin farragosos cálculos, no sólo al trazado de tangentes a cualquier línea curva geométrica o mecánica, o relacionadas de cualquier forma a otras líneas rectas o curvas, sino también a la resolución de otras clases de problemas más abstrusos sobre curvaturas, áreas, longitudes, centros de gravedad de curvas, etc., y tampoco —como el método de máximos y mínimos de Hudde— se limita a las solas ecuaciones que se hallan libres de cantidades irracionales. He combinado dicho método con este otro mediante el cual resuelvo las ecuaciones reduciéndolas a series infinitas". Hasta aquí la carta. Y estas últimas palabras se refieren a un tratado que había escrito sobre estos temas en el año 1671. Mas el fundamento de dicho método general se halla contenido en el lema anterior» [Newton, 1977: 434].

61. No dejaron por eso de incluirse en el prefacio de la nueva edición, que acabó escribiendo Cotes, suficientes referencias a la polémica como para que Leibniz lo tomara como una nueva provocación aunque, eso sí, Newton —a través de Bentley— había exigido a Cotes que el nombre de su rival, Leibniz, no apareciera en todo el prefacio —y no apareció— [Westfall, 1983: 750].

5. El *Account*, la *Charta volans* y la *Historia et origo*

La publicación del *Commercium* generó, más o menos inmediatamente, la de los tres escritos a los que estas páginas sirven de estudio preliminar; por orden cronológico en que fueron compuestos: la *Charta volans* de Leibniz, el *Account* de Newton y la *Historia et origo* de Leibniz. Las dos primeras provocaron, por lo demás, los años más duros de la polémica. Conviene, antes de adentrarnos en ellos, recoger aquí, para una mejor comprensión de la actitud de Newton y Leibniz en este período de la disputa, un par de citas. Una es de F. Manuel sobre Newton y, aunque ya se recogió por extenso en la sección primera, conviene volver a reproducir un fragmento; se trata de las implicaciones psicológicas que tuvo sobre Newton el matrimonio de su madre con B. Smith: «La pérdida de su madre por culpa de otro hombre fue un suceso traumático en la vida de Newton del que éste nunca se recuperó. En cualquier momento de su existencia posterior, cuando afrontaba la posibilidad de que aquello que era suyo pudiera ser robado, reaccionaba con una violencia proporcional al terror y rabia generada por este su primer y serio desposeimiento. Newton vio todas sus invenciones y posteriores dignidades adquiridas como parte de sí mismo, y la mera amenaza de su pérdida le llenaba de ansiedad» [Manuel, 1968; 26]. Frente a la actitud con tintes dramáticos que Newton siempre mantuvo durante la polémica, Leibniz, en cambio, hasta se permitió bromear con el asunto, en alguna que otra ocasión. Así en una carta que envió a la baronesa Von Kilmansegge en abril de 1716 escribió: «He aquí, señora, la historia de nuestra controversia, que no dejará de aburriros. Pero no es posible daros una información plena sin extenderse, y no es posible evitar que los jueces bostecen de vez en cuando si han de tratar procesos tan largos y tan grandes como el nuestro. Pero es que si los espectadores no se aburren, entonces su placer será excesivo, y se divertirán a nuestra costa. En cuanto a mí, no quiero encolerizarme para divertiros a vos y vuestras amigas. Podéis hacer —sin comparación— como un zapatero de Leyden, cuya historia incluí tiempo ha en un epigrama latino. Cuando había disputas de tesis en la universidad, no dejaba nunca de asistir

a la discusión pública. Por fin, alguien que le conocía le preguntó si entendía el latín. "*No*", dijo, "*y ni siquiera me tomaré el trabajo de intentarlo*". "Y entonces, ¿por qué viene usted tanto a este auditorio donde sólo se habla latín?" "*Porque me place juzgar las discusiones.*" "¿Y cómo puede usted juzgar sin saber lo que se dice?" "*Porque tengo otro modo de juzgar quién tiene razón.*" "¿Cómo?" "*Cuando veo la cara de alguien que se enfada y se encoleriza, juzgo que carece de razones.*"» [NC VI, 1976: 328-329].

Al *Commercium Epistolicum* contestó Leibniz casi un año después con una infamante carta anónima contra Newton, la célebre *Charta volans*. En ella, le acusaba de plagio: concretamente, de haber desarrollado su método de fluxiones a partir de lo que Leibniz le exponía en sus cartas de respuesta a las *Epistolae prior* y *posterior*.

Leibniz decidió el plan argumental de la *Charta volans* tras recibir una carta de Juan Bernoulli fechada el 7 de junio de 1713 en Basilea donde le informaba de la aparición del *Commercium* y su contenido. En ella, Bernoulli acusaba de plagio a Newton justificando su acusación porque poco o nada sobre el cálculo infinitesimal se contenía en las cartas de Newton anteriores a 1677, y tampoco en el *De Analysi*, el único tratado que Newton había dado a conocer con anterioridad a ese año; en que la notación de las letras puntuadas de Newton para denotar las fluxiones no habían aparecido hasta el tomo III de las *Opera* de Wallis (1699) sin que hubiera rastro de ellas —ni del cálculo— en los *Principia*. Bernoulli señalaba, además, un error en la proposición X del libro II de los *Principia* achacable, según Bernoulli, a la impericia de Newton con las fluxiones de las fluxiones. Leibniz extractó la carta de Bernoulli en la *Charta volans*, atribuyendo su autoría a un anónimo pero *matemático principal*. Juan Bernoulli tuvo un importante papel en la disputa; su conducta fue algo repugnante —[Westfall, 1983: 762]—: a la vez que instigaba a Leibniz contra su rival, fingía neutralidad en cartas a los amigos de Newton, para no atraerse la enemistad e ira de éste. Cuando Leibniz incluyó en la *Charta volans* el extracto de la carta de Bernoulli —por más que éste le pidió quedar al margen de la pelea con Newton y su gente [NC VI, 1976: 5]— con los comentarios sobre el error en los *Principia*,

descubrió su juego, pues Bernoulli ya había hecho públicos esos errores que, en primera instancia, Newton tomó como un gesto amable [Westfall, 1983: 743]. Todavía la indiscreción, inconsciente o intencionada de Leibniz, mostró más claro el juego de Bernoulli cuando, en una carta de diciembre de 1715 publicada en las *Nouvelles litteraries* [NC VI, 1976: 257], vino a decir explícitamente quién era el *matemático principal* de su *Charta volans;* de hecho Newton escribió en mayo de 1716 unas *Observations* a una carta que Leibniz envió al abate Conti en marzo de 1716 donde refiriéndose al *matemático principal* decía: «Yo lo llamo [...] pretendidamente matemático, no para desacreditar la habilidad del señor Bernoulli sino porque el matemático citaba al señor Bernoulli como una persona distinta [...] pero el señor Leibniz nos dice que el matemático fue el mismo señor Bernoulli: yo no sé quién, si el matemático o el señor Leibniz, debe ser creído» [NC VI, 1976: 342]. La cosa alcanzó el ridículo cuando en julio de 1716 se publicó una carta en las *Acta Eruditorum* de título: *Carta escrita en defensa del eminente matemático, señor Juan Bernoulli, contra un cierto adversario inglés* —Keill—. La carta fue escrita por Juan Bernoulli y enviada a Christian Wolf para su publicación en las *Acta;* Bernoulli indicaba a Wolf cómo darle a la carta un carácter anónimo: «En cuanto a la forma que yo elegiría para hacer públicos los contenidos de este escrito, sería mantenerlos en forma de carta aunque, por favor, alterados como si hubieran sido escritos por un autor anónimo o, incluso, por alguien con otro nombre, ya fuera éste real o ficticio; en otras palabras, debe arreglar la cosa con la máxima discreción que pueda no sea que Keill sospeche que yo he escrito la carta» [NC VI, 1976: 303]. De manera que Wolf pasó el texto a tercera persona, salvo en un lugar en que, adrede o no, para referirse a una fórmula de Juan Bernoulli mantuvo la expresión «mi» fórmula en vez del «su» fórmula, con la consecuencia de dejar al descubierto el juego de Bernoulli. Keill, a quien había que ocultar la autoría de la carta, no tuvo dificultad en adivinarla y así se lo hizo saber a Newton: «Quedé pasmado con la insolencia de Bernoulli; no creo que nunca un matemático antes haya publicado una pieza tal de falsedad, malicia, envidia y naturaleza enferma. Fue ciertamente escrito por él mismo, porque cuando habla de Bernoulli siempre lo hace en

tercera persona, pero entonces hacia el final de su artículo se olvida, y dice que nadie sino el antagonista puede tratar de convencerle de que MI fórmula fue tomada de Newton» [NC VI, 1976: 386]. A partir de ese momento, quien quisiera insultar a Juan Bernoulli de manera encubierta sólo tenía que dirigir sus denuestos al *eminente matemático* para que ya todos entendieran —como así hizo Newton y sus seguidores en más de una ocasión—. De la actitud de Juan Bernoulli durante la polémica da buena idea la secuencia de cartas que intercambió con Newton en 1719, y sobre lo que en ellas le explicó de la carta del *matemático principal* que Leibniz incluyó en su *Charta volans*. El intercambio epistolar fue un intento de Pierre Varignon de poner paz entre ambos, que seguían más o menos abiertamente disputando sobre el cálculo tres años después de haber muerto Leibniz; en carta fechada en julio de 1719, Bernoulli, entre halagos sin cuento, exagerados incluso para la época, mintió a Newton de una forma realmente repugnante: «No sé cómo sucedió pero, después de iniciada aquella intensa disputa que se produjo hace algunos años entre los geómetras de las naciones británicas y alemanas —para gran vergüenza de la ciencia matemática— yo, que no soy ni británico ni alemán sino suizo y tan alejado de inclinarme a tomar partido que raramente haría algo que me involucrara voluntariamente en las disputas de otros, de todas formas dejé de tener su favor, como los rumores dicen [...] Así que no tengo duda, gran sir, que le han dicho muchas mentiras e invenciones sobre mí, que pueden haber al menos debilitado, si no destruido, la buena opinión que anteriormente tenía de mí [...] He hablado con particular alabanza de usted y sus descubrimientos cada vez que se presentó la ocasión: ¿qué más puede hacer quien considera que los méritos suyos son de la mayor grandeza? Que los he alabado y exaltado como maravillosos en cada ocasión, en cada lugar, en mis cartas, discursos, clases y conversaciones, podrán afirmarlo quienes me han escuchado o leído [...] Y más allá de toda duda, están incuestionablemente equivocados quienes le han informado de que yo fui el autor de una de aquellas cartas volantes en la que quizá no se le mencione a usted de manera suficientemente honorable, pero ardientemente le ruego, famoso sir, y le imploro en el nombre de lo más sagrado para la humanidad, que se convenza

completamente que lo que sea que se haya publicado anónimamente de esta forma, me es falsamente imputado. Porque no ha sido mi costumbre publicar anónimamente lo que ni deseo ni oso reconocer como propio» [NC VII, 1977: 44-45]. En diciembre de 1719, pensando Bernoulli que tal vez alguien podía tener acceso a los documentos del desaparecido Leibniz y hacerse eco de su carta del 7 de junio de 1713, que Leibniz reprodujo en la *Charta volans*, donde efectivamente Bernoulli se refería a Newton de forma poco honorable, le volvía a escribir a Newton con un descaro difícilmente igualable: «No recuerdo haber escrito al señor Leibniz ese día, aunque tampoco lo puedo negar, puesto que no mantengo copias de todas las cartas que he escrito. Pero si, quizá, de entre las innumerables cartas que le he escrito, fuera encontrada una que tuviera precisamente el día y año mencionados, no tendría inconveniente en aseverar con plena confianza que nada de lo contenido en ella podría de ninguna forma debilitar su reputación de honestidad, y nunca le di permiso [a Leibniz], sino contra mi confianza y deseo, para hacer públicas ciertas cartas, particularmente aquellas que no le agradarían» [NC VII, 1977: 76]. Las cartas de Bernoulli no llegaron, sin embargo, a engañar a Newton, y la pelea volvió a recrudecerse tras la publicación en 1720, más o menos bajo el control de Newton, del libro de Pierre Des Maizeaux, hugonote francés refugiado en Inglaterra, titulado *Recueil de diverses piéces sur la philosophie, la religion naturelle, l'histoire, les mathématiques, etc.* —que constituyó la fuente más completa y útil sobre la disputa, no superada hasta muy recientemente por la publicación de la correspondencia y las obras matemáticas de Newton [Hall, 1980: 242]—; así en septiembre de 1721, seis meses antes de su muerte, Newton todavía seguía a la greña con Bernoulli negándole, como suprema señal de que no le había llegado a perdonar lo que Leibniz publicara en la *Charta volans,* un retrato suyo: «El señor De Moivre me ha dicho que el señor Bernoulli desea un retrato mío; pero él todavía no ha reconocido públicamente que yo tenía el método de fluxiones y momentos en el año 1672, como fue admitido en el *Elogio* del señor Leibniz publicado en la *Histoire* de su academia. Él todavía no ha reconocido que yo di una verdadera regla para diferenciar diferenciales en la primera proposición del libro sobre cua-

draturas, publicado por Wallis en 1693, y demostrada sintéticamente en 1686 en el lema II, libro II de los *Principia*, por medio de la cual yo determiné, fuera de toda duda, la curvatura de las curvas. Él todavía no ha reconocido que en 1669, cuando yo escribí mi *Analysis per quantitum series*, yo tenía el método para cuadrar exactamente las líneas curvas, si se puede hacer, tal y como lo expliqué en mi carta a Oldenburg del 24 de octubre de 1676 y en la quinta proposición de mi libro de cuadraturas; y que las tablas de líneas curvas, que pueden ser comparadas con las secciones cónicas, fueron compuestas por mí en esa época. Si cediera en estos puntos como para eliminar enteramente la causa de las disputas, yo, de buena gana, no le negaría mi retrato» [NC VII, 1977: 165].

Pero volvamos a la *Charta volans:* apareció el 29 de julio de 1713,[62] fue impresa y distribuida por Christian Wolf —un discípulo de Leibniz— en los centros científicos de Europa continental sin que constara, como después se quejaría amargamente Newton, no ya el nombre del autor, sino siquiera el del impresor o la ciudad donde fue impresa.[63] La *Charta volans* fue después publicada —a finales de 1713— en las *Acta Eruditorum* y, traducida al francés con un preámbulo pretendidamente anónimo de Leibniz —que también se edita aquí— en la entonces recién creada revista holandesa *Journal literaire*.

Newton llegó a copiar la *Charta volans* de su puño y letra [Westfall, 1983: 764], como si el escribir con sus propias manos los insultos que Leibniz le dirigía le transmitiera algún tipo de energía que ayudara a alimentar sus ansias de venganza. Newton tuvo intención de responder él mismo a la publicación de la *Charta volans* en el *Journal literaire*, y preparó en 1714 una respuesta, aunque finalmente no la envió, prefiriendo azuzar a

62. Aunque todavía un año después, en abril de 1714, Leibniz se quejaba de no haber podido ver el *Commercium Epistolicum*: «No he visto todavía el libro publicado contra mí, pues estoy en Viena donde, situada en un extremo de Alemania, esos libros tardan en llegar; y he pensado que no merece la pena hacerlo traer por correo» [NC VI, 1976: 106].

63. «[...] una carta difamatoria fechada el 29 de julio y publicada en Alemania, sin el nombre del autor, del impresor o la ciudad donde fue impresa» [NC VI, 1976: 285]; la cita es de una carta de Newton a Conti para Leibniz fechada el 26 de febrero de 1716.

Keill, a quien le escribía el 2 de abril de 1714 sobre lo publicado en el *Journal literaire*: «Pienso que requiere una respuesta [...] Si me hiciera el favor de considerar qué respuesta cree conveniente, yo le pondré en una o dos cartas lo que pienso sobre el asunto de manera que lo pueda comparar con su parecer y entonces preparar la respuesta que crea oportuna. El nombre de usted no necesita aparecer en ella. Puede escribirla en inglés o en latín y dejar que el señor Johnson la traduzca al francés. El señor Darby hará llegar su respuesta a La Haya» [NC VI, 1976: 80]; y así se hizo, y Keill, que previamente había publicado otro libelo anónimo contra Leibniz y en favor de Newton en el *Journal literaire*, publicó a mediados de 1714 una respuesta a la *Charta volans*, aunque desoyendo el consejo de Newton el escrito apareció con su nombre.

En la respuesta que empezó a redactar Newton a la *Charta volans,* finalmente no enviada y de la que se conservan varios borradores [Hall, 1980: 205], y en algunos otros escritos de finales de 1713 tiene su origen el *Account.* En uno de estos manuscritos redactados a finales del otoño de 1713, Newton escribió una serie de preguntas —catorce en total— a las que encontrar respuesta entre los documentos y cartas del *Commercium*; en tanto que el *Account* responde punto por punto a esas preguntas, éstas se convierten en una buena guía del texto newtoniano; las preguntas son las siguientes:

i) ¿Quién fue el primer autor de la serie para el área de la hipérbola que el señor Leibniz siempre atribuye al señor N. Mercator?

ii) ¿Fue el señor N. Mercator quien primero descubrió una serie infinita mediante una división sin fin?

iii) ¿Hizo correctamente Leibniz cuando negó a todos que Newton tuviera una reducción general de fracciones a series infinitas y la cuadratura de figuras por estas series?

iv) ¿Tenía razón el señor Leibniz queriendo ser el co-descubridor del método de las diferencias de Mouton?

v) ¿Quién fue el primer descubridor de la serie para el arco de una circunferencia dada la tangente?

vi) ¿Fue el señor Leibniz co-descubridor de esta serie?

vii) ¿Qué clase de serie tenía el señor Leibniz en el año 1674 para el área de un círculo?

viii) ¿Había descubierto esa serie o la había recibido de otro?

ix) ¿Descubrió el señor Leibniz la proposición que si un cuerpo gira en una elipse describiendo sobre su foco menor áreas proporcionales al tiempo es entonces atraído hacia ese centro por alguna fuerza que es recíproca al cuadrado de la distancia a ese centro?

x) ¿Cómo es posible que, aunque los *Principia* de Newton fueran enviados a la *Royal Society* en 1686, publicados en 1687 y descritos en las *Acta Eruditorum* en 1688, el señor Leibniz en 1689 se tomara la molestia de imprimir las proposiciones fundamentales de Newton bajo el título de «Una carta sobre líneas ópticas», «Un esquema sobre la resistencia de un medio, y el movimiento de proyectiles pesados en un medio resistente» y «Un ensayo sobre las causas de los movimientos celestes»?

xi) ¿Qué es el análisis universal de Newton?

xii) ¿Cuándo fue inventado?

xiii) ¿Qué puede ser el método diferencial de Leibniz y cuándo fue inventado?

xiv) ¿En qué forma difieren ambos métodos? [Newton VIII, 1981: 497-498].

Newton iba a seguir con otra pregunta pero decidió responder a las anteriores y, al hacerlo, el *Account* empezó a tomar cuerpo [Whiteside VIII, 1981: 499, n. 96].

El *Account* es pues la respuesta newtoniana a la *Charta volans*; está escrito en forma de reseña —anónima— al *Commercium Epistolicum* y fue publicado en inglés en 1715 en las *Philosophical Transactions;* salvo tres páginas, ocupó todo el volumen de enero-febrero de 1715: 51 páginas en total. Del *Account* se conservan también varios manuscritos de puño y letra de Newton, con versiones y variantes más o menos cercanas a lo que definitivamente fue publicado; en palabras de Westfall: «Newton dejó una inmensa colección de manuscritos del *Account*, testimonio de la magnitud y la intensidad de los esfuerzos que le dedicó» [Westfall, 1983: 769]. Es buena muestra de la obsesión que, en oleadas, embargó a Newton en los peores años de la polémica —1712-1716— y aun algunos años después de morir Leibniz: entonces parecía apoderarse del sabio inglés una necesidad compulsiva por exponer su versión de los hechos, por argumentar una y otra vez contra Leibniz a partir de

las cartas que intercambiaron entre ellos y con terceros, y Newton se daba como loco a escribir cartas, memoranda, observaciones, que redactaba una y otra vez, retocando una frase aquí, modificando un argumento allí, cambiando una cita acá o afilando un insulto allá. Y todos, o casi todos, estos escritos —versiones de versiones de versiones de cartas que nunca envió, o que acabó mal publicando en adendas a otros textos tras la muerte del contrincante— se conservan, como testigos mudos de la ira que mientras los escribía tuvo que embargarle.[64]

El *Account* se publicó también en francés en el *Journal literaire;* se distribuyó por todo el continente —a semejanza de la *Charta volans* de Leibniz— y, finalmente, se incluyó traducido al latín como prefacio en las posteriores ediciones del *Commercium Epistolicum* —la segunda edición, corregida y aumentada, la publicó Newton el año 1722, seis años después de la muerte de Leibniz—.[65] El *Account* pretendía ser anónimo aunque pocos dudaron entonces de su autoría;[66] buena idea de las argucias a que acudieron Newton y Leibniz para mantener el anonimato de sus acusaciones es el siguiente texto que Halley envió a Keill en octubre de 1715 sobre el *Account:* «Hemos impreso una versión en francés del *Account* [...] para enviarla fuera: sir Isaac está deseoso de publicarla en el *Journal literaire* [...] pero no quiere hacerlo personalmente, de manera que propone que usted notifique al señor Johnson de La Haya por carta, de la que nos remitirá copia a sir Isaac o a mí, su deseo de que la dicha versión francesa sea insertada en su *Journal*, pues contiene el es-

64. Y para muestra un botón: «Como para satisfacer su propia ansiedad de responder a los *Remarks* de Leibniz», escribió Westfall —se refiere al preámbulo de Leibniz a la versión francesa de la *Charta volans*—, «Newton redactó siete borradores de una carta al librero Johnson y le pidió a De Moivre que la tradujera al francés, aunque probablemente nunca la envió» [Westfall, 1983: 764].

65. La versión inglesa viene reproducida al completo en [Hall, 1980: 263-314] y traducida al castellano —salvo las últimas tres páginas— en [Babini, 1972: 110-166], aunque éste hizo la traducción de la versión latina de la segunda edición del *Commercium Epistolicum.*

66. La prueba definitiva de la autoría newtoniana del *Account* la aportó en 1855 Brewster, cuando en su hagiografía de Newton [Brewster, 1855] informó de que había visto entre los manuscritos de Newton, de su propio puño y letra, el texto del *Account.*

tado completo de la controversia entre usted y el señor Leibniz. Sir Isaac no desea aparecer él mismo, por razones que no necesito decirle, y así me ha ordenado que le escriba a usted sobre esto, ya que ha sido su campeón declarado en esta pelea. Él espera que le gratifique de esta manera a la primera oportunidad» [NC VI, 1976: 242]. Y así lo hizo Keill, apareciendo su carta en el *Journal literaire* como preámbulo de la versión francesa del *Account*.

El *Account* es un largo, brutal y difamante informe contra Leibniz en el que Newton, que no confiaba en que los documentos contenidos en el *Commercium Epistolicum* pudieran explicar la historia por sí mismos, les puso voz, los interpretó a su manera y sacó las oportunas consecuencias, devolviendo aumentadas todas las acusaciones de Leibniz y sus amigos.

Newton comenzó el *Account* estableciendo que hacia 1669 ya disponía de su método de cálculo —la copia del *De analysi* que enviara a Collins era la prueba—; después pasó a probar que Leibniz no pudo tener su versión antes de 1677, para lo cual usó toda la artillería de las cartas que Leibniz cursó con los matemáticos ingleses y, también, algunos de sus artículos publicados en las *Acta Eruditorum;* de paso, Newton apuntó maliciosamente una y otra vez a lo que Leibniz podía haber aprendido en las cartas que de él recibió, no importándole para ello manipular las fechas en que Leibniz las había recibido y los plazos que se había tomado para contestarle. El tipo de razonamiento que Newton usó en el *Account* lo describe bien Hall: «Uno debe admirar el ingenio de Newton [...]: la satisfacción de Leibniz en agosto de 1676 con una pieza de matemáticas que, según él dice después, el cálculo le enseñó que era insatisfactoria, muestra nítidamente que era imposible que dispusiera de ese análisis en agosto de 1676. En retrospectiva, uno ve cuán astutamente perverso y engañoso es este plausible razonamiento lógico, aunque Newton no podía sino verlo como convincente» [Hall, 1980: 227]. Newton también comparó ambos cálculos, esto es, las fluxiones con las diferenciales —y su notación—, así como el uso de las fluxiones y diferenciales de órdenes superiores, concluyendo que su cálculo era superior y más completo que el de Leibniz. Finalmente, Newton dedicó tres páginas a su filosofía natural, de-

fendiendo su carácter experimental frente al hipotético de Leibniz. En una carta a Juan Bernoulli fechada en diciembre de 1715, Leibniz se sorprendía de este ataque a su filosofía contenido en el *Account*: «Los ingleses han renovado sus quejas contra mí mediante una larga reseña del *Commericum Epistolicum* publicado en uno u otro número de las *Philosophical Transactions* y, entre otras cosas, atacan incluso mi filosofía» [NC VI, 1976: 260].

Estas últimas páginas del *Account* anticipan algunas de las posturas que después Samuel Clarke defendería en la polémica que mantuvo con Leibniz. Esta interesante polémica filosófica entre Clarke (Newton) y Leibniz sobre metafísica y filosofía natural se sustanció en cinco cartas por ambos bandos, que fueron creciendo en extensión y densidad, intercambiadas entre noviembre de 1715 y octubre de 1716 —Leibniz murió en noviembre de 1716— y publicada por Clarke en 1717. El origen de la polémica fueron las críticas de Leibniz, anticipadas en su *Teodicea,* a la metafísica de la gravitación y las explicaciones de Newton del rol de Dios dentro de su filosofía natural. Precisamente la princesa de Gales había pedido a Clarke, amigo de Newton y arriano como él, que tradujera la *Teodicea* al inglés, a lo que éste se negó dada la diferencia de visiones que mantenía con Leibniz. Fue precisamente una carta de Leibniz con críticas a Newton que la princesa mostró a Clarke, la que originó el intercambio epistolar, en el que Newton ayudó a Clarke —aunque sin llegar a dirigirlo como hizo con Keill—, por más que Newton se hubiera quejado de que Leibniz quería derivar la cuestión de la prioridad en el descubrimiento del cálculo a una nueva disputa sobre metafísica; éste era un terreno donde el alemán era consciente de moverse con más facilidad que el inglés: «Este hombre tiene poco éxito con la metafísica», le escribió Leibniz a Bernoulli sobre Newton en marzo de 1715 a propósito del contenido de la interrogante 28 de la versión latina de la *Optiks* —lo trataré un par de párrafos más adelante.

La *teología natural* de Newton, tan criticada por Leibniz, seguía la tradición latitudinarista —una facción episcopaliana con cierta implantación en la Iglesia anglicana desde el tercer cuarto del siglo XVII— que abogaba por el carácter ideal del or-

den en el mundo y, consiguientemente, la necesidad de un Dios ordenador [Leibniz-Clarke, 1980: 25].

Las críticas de Leibniz se centraron, principalmente, en algunas de las *Queries* —interrogantes— que Newton incluyó en la versión latina de su *Opticks*, publicada en 1706 y traducida al latín precisamente por Samuel Clarke —por lo que recibió de Newton 500 libras, una cantidad nada despreciable en la época—, sobre todo en la 28, donde Newton hacía mención al *sensorio* de Dios —también en la 31—: «¿No es el sensorio de los animales el lugar en que está presente la sustancia sensitiva y a donde son llevadas las formas sensibles de las cosas a través de los nervios y el cerebro, a fin de que sean allí percibidas por su presencia inmediata a dicha sustancia? [...] ¿No se sigue de los fenómenos que hay un ser incorpóreo, viviente, inteligente, omnipresente que ve íntimamente las cosas mismas en el espacio infinito, como si fuera su sensorio, percibiéndolas plenamente y comprendiéndolas totalmente por su presencia inmediata ante él?» [Newton, 1977: 320]. De la que Leibniz criticó que hacía a Dios corpóreo toda vez que el espacio es el órgano del que se sirve para conocer las cosas: «M. Newton dice que el espacio es el órgano del cual Dios se vale para sentir las cosas. Pero si necesita de algún medio para sentirlas, no dependen entonces enteramente de él y no son su obra» [Leibniz-Clarke, 1980: 51]. La mención al *sensorio* de Dios fue otra de las ocasiones en que Newton —en este caso a través de Clarke— y Leibniz volvieron a pelear palabra por palabra: según han conjeturado Koyré y Cohen [Koyré y Cohen, 1961], Newton y Clarke reformularon la *Query XX* en el proceso de impresión de la *Optice*, añadiendo entre otras cosas un *tanquam:* el espacio no sería entonces el sensorio de Dios, sino *como* si fuera el sensorio de Dios; ahora bien, algunos ejemplares pudieron imprimirse sin el *tanquam*, habiendo leído Leibniz precisamente esa versión, de ahí su insistencia en la crítica de que Newton había dotado explícitamente a Dios de un órgano animal.

Del contenido de las *Queries* 28 y 31 parece también deducirse que es necesario que Dios intervenga de tanto en tanto en el universo para evitar que las estrellas caigan unas sobre otras o que el sistema solar entre en confusión, como un relojero que tuviera de vez en cuando que ajustar su reloj. Esta opinión de

Newton fue duramente atacada por Leibniz —en cierta forma, entraba en contradicción con su idea de que habitamos el mejor de los mundos posibles—: «M. Newton y sus seguidores tienen también una opinión muy graciosa acerca de la obra de Dios. Según ellos, Dios tiene necesidad de poner a punto de vez en cuando su reloj. De otro modo dejaría de moverse. Esta máquina de Dios es también tan imperfecta que está obligado a ponerla en orden de vez en cuando por medio de una ayuda extraordinaria, e, incluso, a repararla, como haría un relojero con su obra» [Leibniz-Clarke, 1980: 51-52].

Aunque en las tres últimas páginas del *Account,* Newton se refirió sobre todo a las críticas sobre el carácter de la gravedad que, según Leibniz, Newton había convertido en una propiedad oculta y milagrosa del mismo tipo animista que las consideradas por los escolásticos para explicar el movimiento de los cuerpos —renunciando a la necesaria, según Leibniz, explicación mecanicista—. Newton era consciente de que no había explicado la causa de la gravedad y no estaba satisfecho con que fuera una propiedad que actuara a distancia, incluso en el vacío, pero no quiso renunciar a un concepto con tan gran valor predictivo. Tal y como explicó en el escolio general que añadió al final de la segunda edición de los *Principia,* y después repitió al final del *Account:* «Pero no he podido todavía deducir a partir de los fenómenos la razón de estas propiedades de la gravedad y yo no imagino hipótesis. Pues lo que no se deduce de los fenómenos, ha de ser llamado Hipótesis; y las hipótesis, bien metafísicas, bien físicas, o de cualidades ocultas, o mecánicas, no tienen lugar dentro de la Filosofía experimental [...] Y bastante es que la gravedad exista de hecho y actúe según las leyes expuestas por nosotros y sea suficiente para todos los movimientos de los cuerpos celestes y de nuestro mar» [Newton, 1987: 785].

El *Account* no logró los efectos que Newton se propuso y acabó siendo poco más que, en palabras de Hall, *un sermón para conversos.* Leibniz le dedicó, en diciembre de 1715, unas pocas líneas en el *Journal literaire*, donde, aparte de dar por sentado que a él el mundo le reconocía como el descubridor del cálculo diferencial desde que publicó su artículo en las *Acta* en 1684, aprovechó para volver a incluir las opiniones del *matemá-*

tico principal, aunque ahora dando explícitamente el nombre del matemático.

A diferencia de la *Charta volans* y del *Account*, el último de los escritos que editamos en este libro, la *Historia et origo calculi differentialis,* no se publicó durante la polémica y, de hecho, tardó un siglo y tres décadas en ver la luz, pues hasta 1846 no se imprimió; lo editó Gerhardt en Hannover bajo el título *Historia et origo calculi differentialis, a G.G. Leibnizio conscripta.* Gerhardt encontró el texto entre los documentos de Leibniz, a quien puede ser atribuido con seguridad. La *Historia et origo* no tuvo por tanto influencia ni repercusión en la disputa, aunque fue la versión más completa que sobre ella redactó Leibniz.

En realidad, fue un texto deseado por los defensores de Leibniz, sobre todo por Juan Bernoulli y Christian Wolf que implícitamente lo solicitaron [Hall, 1980: 193], e incluso por Leibniz mismo que, conforme fue asimilando las noticias sobre lo publicado en el *Commercium Epistolicum*, fue anunciando que preparaba una versión detallada de la historia apoyada en su propio *Commercium;* así se lee en sendas cartas de agosto y octubre de 1714: «Cuando regrese a Hannover publicaré también un *Commercium Epistolicum* que podrá servir a la historia literaria. Estoy dispuesto a publicar tanto las cartas que se pueden alegar contra mí como las que me favorecen, y así dejar el juicio al público» [NC VI, 1976: 173]; «Sólo desde hace unas semanas tengo el libro que se publicó contra mí en Inglaterra; y con el fin de que el público saque algún fruto de esta contienda, pienso publicar también un *Commercium Epistolicum* sobre estas materias» [Ibíd., 181]. Por esas fechas, Leibniz debió de empezar a redactar su *Historia et origo*, aunque bien pronto vio la imposibilidad de componer una pieza tan completa, detallada y abundante en cartas y documentos, como el *Commercium* newtoniano; así lo reconoció, en su peculiar estilo pretendidamente anónimo, en las primeras páginas de la *Historia et origo:* «Al estar ausente de su casa cuando estas cosas fueron divulgadas por sus adversarios, y regresar tras un bienio y distraído por otros negocios, no pudo recobrar ni consultar restos de su antiguo comercio epistolar por donde pudiera instruirse él mismo de cosas hechas en tiempos tan lejanos, más de cuarenta años ha; pues no había conservado copias de cartas y otros escritos suyos

de antaño, los llegados a manos de Wallis en Inglaterra editolos éste con su consentimiento en el tomo III de las Obras, y la mayor parte no los tenía», a lo que añadió después: «Pero más valor tuviera dar a conocer por qué camino y razones vino su inventor a dar con ese nuevo género de cálculo; que en verdad ignorábanse públicamente hasta la fecha, pudiera ser que aun por aquellos mismos que quieren venir a ser parte en el hallazgo, esas cosas que decidiera, así pues, exponer por sí mismo, transmitir los progresos de sus estudios del análisis, en parte de memoria y en parte sacado de escritos, junto con cualquier resto de viejas cuartillas, y con las mismas iluminar con justicia en un librito la historia de esta matemática más profunda y por qué arte dar con ella. Mas como entonces no pudiera hacerse por ocupaciones necesarias, permitió que entretanto se diera a la luz por obra de amigos suyos este compendio, parte de aquello que ha de ser dicho, y satisfacer así en algo la curiosidad pública».

Hay que reconocer que Leibniz tenía mucho más difícil que Newton articular un escrito tan bien fundamentado, y apoyado en documentos antiguos, como el *Commercium* newtoniano. Por varias razones, la más importante de las cuales quizá sea la falta de cartas o documentos públicos con los que fundamentar sus descubrimientos en las fechas adecuadas, más allá de sus documentos y escritos privados que difícilmente podían tener valor de prueba. Por otro lado, el increíble volumen de cartas escritas o recibidas por Leibniz a lo largo de su vida —de lo que se dio cuenta en la sección primera—, un orden de magnitud mayor que las de Newton, hacía mucho más complicado para Leibniz localizar y preparar un discurso de defensa. En este sentido, es ciertamente creíble la excusa que dio Leibniz de que le era difícil localizar sus cartas. Hay un párrafo muy explícito en una de las cartas que Leibniz envió a Conti —abril de 1716—: «Para responder punto por punto a la obra publicada contra mí, haría falta otra obra al menos tan voluminosa como ésa; precisaría entrar en gran número de detalles y minucias pasadas hace treinta o cuarenta años de los que no recuerdo nada. Me obligaría a buscar mis cartas viejas, algunas de las cuales se perdieron, además de que la mayoría de las veces no he guardado los borradores de las mías. Otras están sepultadas en un gran montón de papeles, que no podría ordenar sino con mucho

tiempo y paciencia. Pero no dispongo de ese tiempo porque estoy actualmente muy ocupado con tareas de una naturaleza muy diferente» [NC VI, 1976: 306].

La *Historia et origo* es pues más fruto de la memoria de Leibniz de lo que lo fue el *Account*, además de estar exento de la abrumadora cantidad de citas y contracitas de cartas, documentos y publicaciones, con que Newton *adornó* el *Account*. Es, además, un escrito más breve y más técnico que el de Newton, pero quizá más didáctico: en él vemos crecer *conceptualmente* el método diferencial de Leibniz desde sus orígenes aritméticos hasta englobar en sí la geometría de las curvas. Tal vez Leibniz tuviera pensado ampliar y completar la *Historia et origo*, ya fuera con más detalles histórico-técnicos, o tal vez apoyándolo más decididamente en documentos y cartas, el caso es que su muerte en noviembre de 1716 la dejó tal y cual aquí se publica.

Referencias, más o menos confusas, a la *Historia et origo* fueron recogidas por Wolf y Fontenelle en los respectivos *Elogios* que publicaron tras la muerte de Leibniz: ambos mencionaron el *Commercium* en el que Leibniz había comenzado a trabajar para responder al que habían publicado los ingleses; información esta que Newton, en una anotación conservada de su puño y letra sobre uno de los *Elogios*, calificó de *falsedad* [Whiteside VIII, 1981: 518].

No mucho más queda por decir aquí sobre la polémica, aunque por cierto afán de completar la historia, incluiré algunos detalles más que sirvan para ubicar mejor en los últimos años de la disputa sobre la prioridad los tres escritos editados y hacer comparecer la interesante vertiente política que la acompañó en su fase final.

Según contaría Newton años después fue John Chamberlyne quien le hizo llegar una copia de la *Charta volans* [Hall, 1980: 202]. Chamberlyne y el abate Conti protagonizaron los dos interesantes, aunque infructuosos, intentos de reconciliación que tuvieron lugar entre Leibniz y Newton en 1714 y 1715. Ambos personajes tenían perfiles muy distintos, Chamberlyne era miembro de la *Royal Society*, y también una figura política menor que se carteaba con Leibniz desde 1710 y tenía buenas relaciones con Newton, mientras que Antonio Schinella Conti fue un clérigo veneciano que llegó a Inglaterra para observar un

eclipse solar, y se quedó allí algunos años; tenía buenas relaciones con Leibniz, y su *cautivador* carácter propició un principio de amistad con Newton. Según F. Manuel, «Conti fue una de aquellas figuras, ostentosas y pícaras, del mundo intelectual del siglo XVIII, un poetastro, un actor, traductor de Racine y Pope, aficionado a las ciencias, un diletante que intrigaba con igual destreza entre princesas y filósofos naturales en Inglaterra, Francia, Alemania e Italia» [Manuel, 1968: 325]. Lo interesante de ambas iniciativas fue la componente política que ambas presentaron.

Por un lado, a Chamberlyne, relacionado con la corte, le preocupaba la posición de Leibniz como consejero de la dinastía de los Hannover, que pronto se iban a instalar en Inglaterra; merece la pena citar completa la breve carta que Chamberlyne envió a Newton el 20 de mayo de 1714 sobre el asunto: «Siento mucho no haber podido esperarle esta tarde para considerar la carta que me envió el señor Leibniz sobre usted; carta que no tenía intención de exponer ante la mirada de nadie, excepto la suya propia, porque no estoy seguro de que eso sea del agrado de su autor; pero puesto que usted así lo quiere y para mostrarle mis respetos —quien no debería tener enemigos en el mundo sino los que son enemigos de la Filosofía y la Verdad—, estoy conforme con que haga el uso que guste de ella, aunque remitiéndola sólo con la prudencia que, a su mejor entender, pueda pensar que es aconsejable y proporcionada con un caballero que tiene la más alta estima en la Corte de Hannover, etc. Me sentiría muy feliz si puedo servir al comienzo de una amistad entre dos hombres de tan grandes méritos» [NC VI, 1976: 140]. La intervención de Chamberlyne acabó, sin embargo, como el rosario de la aurora, o casi, y le costó sus relaciones con Newton; como escribió Westfall: «Benditos sean los conciliadores porque heredarán la enemistad de ambas partes» [Westfall, 1983: 769].

La coronación de Jorge I, el patrón de Leibniz, como rey de Gran Bretaña e Irlanda no podía, en principio, sino beneficiarle en la disputa: «Puedo fácilmente creer que», escribía Juan Bernoulli el 6 de febrero, «después de que su más sereno príncipe ascendiera al trono de Gran Bretaña, la *Royal Society* no deseará que su opinión sea la que por su propia autoridad y en

su propio nombre ya se ha publicado en el *Commercium Epistolicum,* como una decisiva opinión de un juicio a favor de Newton. Incluso quizá Keill no habría querido que se hubiera hecho público su panfleto francés —que se publicó antes de la muerte de la reina— si hubiera tenido un presentimiento de los cambios bienvenidos que en los asuntos británicos iban a suceder poco después». Keill mismo en una carta a Newton fechada en noviembre de 1714, unos meses después de la muerte de la reina Ana, mostraba cierta preocupación por la posibilidad de que Leibniz viniera a Inglaterra con el nuevo rey: «Espero que el señor Leibniz [...] no tenga la imprudencia de mostrar su cara por Inglaterra. Si lo hace estoy persuadido de que no encontrará muchos amigos» [NC VI, 1976: 171]. También esperaba Leibniz ayuda real en la polémica, porque, aunque siempre tuvo unas malas —pésimas en algunos momentos— relaciones con su patrón, fueron excelentes —como se contó en la sección 1— las que mantuvo con Sofia, la madre de éste —nieta de Jacobo I de Inglaterra—, y con Carolina, la mujer de su hijo —princesa de Gales, al ser Jorge coronado rey—. De hecho Leibniz le hizo saber a Carolina sus esperanzas: dado que los *tories*, que ampararon la trayectoria de Newton en el Tesoro, habían apoyado al aspirante estuardo —católico— al trono de Inglaterra frente a la rama hannoveriana —protestantes—, Jorge I debía mostrarse en la disputa suya con Newton tan favorable a uno como a otro. Pero nada de eso ocurrió. Newton se llevó tan bien con los *whigs* como se había llevado con los *tories*, y no parece que el rey pusiera ningún interés en perjudicarle en la disputa con Leibniz [Hall, 1980: 215].

El abate Conti, que estuvo, antes de visitar Londres, muy inclinado del lado de Leibniz aunque al poco de llegar y tratar a Newton cambió de bando en la disputa, logró implicar, si bien tangencialmente, al rey de Inglaterra, Jorge I, y a un grupo de hannoverianos de su corte en Londres. Éstos, junto con otros notables, habían examinado en una reunión la documentación aportada por Newton sobre la disputa, tras lo cual decidieron que, no siendo aquello suficiente, Newton debía escribir su versión en una carta a Leibniz; la carta debía ser aprobada por el rey y Leibniz debía ser instado a contestar con su versión de la historia [NC VI, 1976: 288, n.1]. La escena la recreó White-

side con cierto realismo: «Para esa gente, sin conocimientos técnicos y poco interés científico, las viejas cartas y documentos matemáticos significaban poco o nada. Y cuando un grupo de embajadores extranjeros reunidos por Conti en *Crane Court* se mostró singularmente poco impresionado ante los archivados en la *Royal Society* que los deberían de haber convencido, o eso se esperaba, de la validez de las reclamaciones de Newton sobre su autoría y prioridad en el descubrimiento, Newton recibió considerable presión desde *arriba* —de Carolina, princesa de Gales, e incluso del mismo rey Jorge I (que ciertamente leyó y aprobó la respuesta subsecuentemente hecha)— para hacer una réplica directa de los cargos e insinuaciones de Leibniz. Newton no podía hacer otra cosa que dar su consentimiento y ponerse concienzudamente a ello. Sólo sus documentos privados revelan cuán afanosamente abordó la tarea: una sucesión de notas preliminares fueron enérgicamente elaboradas en varios borradores de una respuesta inicial que finalmente, porque —así lo diría— "cuanto más considero lo escrito por el señor Leibniz menos pienso que se merece una respuesta. Porque no es nada más que una burla de principio a fin", abrevió en la carta que envió a Conti el 26 de febrero de 1716» [Whiteside VIII, 1981: 506]. De esta forma, Newton y Leibniz empezaron un último intercambio de cartas que fueron creciendo en longitud y acritud, hasta el punto de que el nuevo intento de reconciliación amenazaba con enconar aún más la pelea. La muerte de Leibniz el 14 de noviembre de 1716 truncó la escalada y las escasas posibilidades de un eventual y futuro arreglo. Newton, en un acto que muestra su carácter más vengativo, publicó tras la muerte de Leibniz, como apéndice a una segunda reimpresión del pro newtoniano *History of fluxions* de Joshep Raphson, este último intercambio epistolar, junto con unas duras *Observations* a la última carta de Leibniz. «En ocasiones, los deseos de venganza», escribió F. Manuel, «alcanzan proporciones monstruosas. En su *Historical memoirs of the life of Dr. Samuel Clarke*, William Whiston informa de paso: "En cierta ocasión [el señor Jackson] oyó también a sir Isaac Newton decirle placenteramente al doctor [Clarke] que 'él había roto el corazón de Leibniz con las réplicas que le dirigió'"» [Manuel, 1968: 348].

«M. Leibniz est mort, et la dispute est finie», escribía el aba-

te Conti a Newton el 10 de diciembre de 1716. Pero no fue así, la desaparición de uno de los contendientes no acabó con la disputa, pues los principales paladines de ambos bandos, John Keill, el *mono de Newton*, y Juan Bernoulli, el *eminente matemático* amigo y discípulo de Leibniz, seguían vivos —Keill hasta 1721 y Bernoulli hasta 1748—. Y, por supuesto, Newton, que vivió todavía diez años más: los seis primeros con la disputa como primera preocupación [Westfall, 1983: 781]. En ellos a menudo «su pluma se disparaba sobre las páginas» —Whiteside *dixit*— llenando folios y más folios sobre sus derechos de invención sobre el cálculo, sobre lo que los viejos documentos y cartas demostraban, sobre cuán ruines eran y fueron todos los que pretendieron apoderarse de sus descubrimientos, o criticaron su ciencia; páginas que en su mayor parte quedaron inéditas, como tantas otras que Newton dedicó a las matemáticas, o a la alquimia, o a la teología, o a la historia... Newton llegó incluso a escribir de su puño y letra un listado de observaciones cuestionando y censurando agriamente parte del *Elogio* que Christian Wolf publicó sobre Leibniz en las *Acta Eruditorum* tras su muerte, o el *Elogio* de Leibniz que Fontenelle, secretario de la *Royale Académie des Sciences* de París, escribió; sobre este último incluso preparó una carta a Varignon, que probablemente no envió, incluyendo el listado: «Gracias, de corazón, por su amable regalo de los *Elogia* de los académicos. En el del señor Leibniz, el señor Fontenelle ha sido muy cándido. Hay de hecho algunos errores aunque no a propósito. Reconozco que el señor Fontenelle no estuvo suficientemente informado» [NC VII, 1977: 17], y seguía la lista de presuntos errores.

«La moralidad inherente al mundo puritano», escribió F. Manuel, «como toda la moralidad cristiana, prescribe el amor a Dios y a los semejantes, los dos principios a los cuales Newton reducía la religión toda. Pero el puritanismo también ordenaba la erradicación del mal. Amar y destruir —un mandato ambivalente» [Manuel, 1968: 343].

BIBLIOGRAFÍA

Aiton, E. J. (1962): «The celestial Mechanics of Leibniz», *Annals of Sciences,* **16,** 65-82.

—, (1972): «Leibniz on motion in a resisting medium», *Arch. hist. exact. sci.,* **9,** 257-274.

—, (1984): «The mathematica basis of Leibniz's theory of planetary motion», *SL Sonderheft,* **13,** 209-225.

—, (1992): *Leibniz. Una biografía*, Alianza Editorial, Madrid.

Babini, J. (1972): *El cálculo infinitesimal. Origen-Polémica*, Eudeba, Buenos Aires.

Bails, B. (1772/1783): *Elementos* de *matemática* (10 tomos), Madrid.

Bernoulli, Juan (1697): «Joh. Bernoulli ... solutioque problematis ... linea brachystochrona...», *Acta Eruditorum*, 206-211.

Biogr. Cient. (1981): *Dictionary of Scientific Biographies*, 16 volúmenes en 8 tomos, Ch. C. Gillispie (editor), Charles's Scribners Sons, Nueva York.

Bos, H. J. M. (1974): «Differentials, higher-order differentials and the derivative in the leibnizian calculus», *Arch. Hist. Exact Sci.,* **14**, 1-60.

Baron, M. (1987): *The origins of the infinitesimal calculus,* Dover, Nueva York.

Beckmann, P. (1971): *The history of (PI)},* St. Martin's Press, Nueva York.

Boyer, C. B. (1959): *The history of the calculus and its conceptual development*, Dover, Nueva York.

Brewster, D. (1855): *Memoirs of the life, writting, and discoveries of Sir Isaac Newton*, (2 tomos), Edimburgo.

Broughamn, H., y Routh, E. J. (1972): *Analytical view of Sir Isaac Newton's Principia*, edición facsimilar de la primera de 1855, con introducción de I. Bernard Cohen, Johnson Reprint Corporation, Nueva York.

Cajori, F. (1928): *A history of mathematical notations*, (2 tomos), The Open Court Publishing Company, Chicago.

Child, J. M. (1920): *The early mathematical manuscripts of Leibniz,* The Open Court Publishing Company, Chicago.

Commercium (1724): *Commercium Epistolicum de varia re mathematica*, Londres.
Crombie, A. C. (1985): *Historia de la Ciencia: de San Agustín a Galileo I y II,* Alianza Universidad, Madrid.
Cuesta Dutari, N. (1985): *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*, Ediciones de la Universidad de Salamanca, Salamanca.
Descartes, R. (1637): *Discours de la méthode. La dioptrique, les meteores, la géométrie*, Leiden.
Ditchburn, R. W. (1980): «Newton's illness 1692-3», *Notes Rec. R. Soc. Lond.* **35**, 1-16.
Dutka, J. (1982): «'Wallis's product, Brouncker's continued fraction, and Leibniz's series'», *Arch. Hist. Exact. Sci.,* **26**, 115-126.
Durán, A. J. (1996): *Una historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*, Alianza Editorial, Madrid.
Edwards, C. H. (1979): *The historical development of the calculus*, Springer-Verlag, Nueva York.
Euler, L. (2000): *Introductio in Analysin Infinitorum*, edición facsimilar y crítica con traducción al castellano de J. L. Arantegui y notas de Antonio J. Durán, Real Sociedad Matemática Española y SAEM Thales, Sevilla.
Feingold, M. (1993): «Newton, Leibniz and Barrow too», *Isis*, **84**, 310-338.
Fellmann, E.A. (1973): *G W Leibniz : Marginalia in Newtoni Principa Mathematica (1687),* Académie Internationale d'Histoire des Sciences, París.
Ferrater Mora, J. (2001): *Diccionario de filosofía,* Círculo de Lectores, Barcelona.
Fraser, D. C. (1919): «Newton's interpolation formulas. Further notes», *Journal of the Institute of Actuaries*, **51**, 211-232.
Galileo, G. (1976): *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, introducción y notas de C. Solís, traducción de J. Sádaba, Editora Nacional, Madrid.
Gascoigne, J. (1985): «The universities and the scientific revolution: the case of Newton and restoration Cambridge», *Hist. Sci.*, **23**, 391-434.
Gerhardt, C. I. (1962): *G. W. Leibniz: Mathematische Schriften*, reimpresión, (7 tomos), Hildsheim.
Gödel, K. (1981): *Obras completas*, edición de Jesús Mosterín, Alianza Editorial, Madrid.
González Urbaneja, P. M. (1992): *Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo* XVII, Alianza Editorial, Madrid.
Gregory, J. (1939): *Tercentenary Memorial volume*, editado por H. W. Turnbull, Royal Society of Edinburgh, Londres.

Hall, A. R. (1993): *Newton, his friends and his foes*, Variorum, Hampshire.

—, (1980): *Philosophers at war*, Cambridge University Press, Cambridge.

Harrison, J. (1978): *The library of Isaac Newton*, Cambridge University Press, Cambridge.

Hofmann, J. E. (1949): *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizsche Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672-1676)*, Múnich.

—, (1974): *Leibniz in Paris, 1672-1676. His Growth to Mathematical Maturity*, Cambridge.

Johnson, L. W., y Wolbarsht, M. L. (1979): «Mercury poisoning: a probable cause of Isaac Newton's physical and mental ills», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **34**, 1-9.

Kennedy, H. C. (1977): «Karl Marx and the foundations of differentials calculus», *Hist. Math.*, **4**, 303-318.

Keynes, J. M. (1947): «Newton, the man», en *Newton tercentenary celebrations*, The Royal Society at the University Press, Cambridge.

Keynes, M. (1995): «The personality of Isaac Newton», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **49**, 1-56.

Kline, M. (1992): *El pensamiento matemático: de la antigüedad a nuestros días*, Alianza Editorial, Madrid.

Koyre, A., y Cohen, I. B. (1961): «The case of the missing tanquam: Leibniz, Newton & Clarke», *Isis*, **52**, 555-566.

Lagrange, J. L. (1882): *Oeuvres complètes*, Gauthier-Villars, París.

Leibniz, G. (1684): «Nova methodus pro maximinis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus», *Acta Eruditorum*, 467-473.

—, (1686): «De Geometria recondita et Analysi indivisibilium atque infinitorum», *Acta Eruditorum*, 292-300.

—, (1689): «Tentamen de Motuum Coelestiaum Causis», *Acta Eruditorum*, 82-96.

—, (1693): «Supplementum geometriae practicae sese ad problemata transcendentia extendens, ope novae methodi generalissimae per series infinitas», *Acta Eruditorum*, 178-180.

—, (1696): «Jo. Wallisi Operum Mathematicorum Oxonianae 1695», *Acta Eruditorum*, 249-259.

—, (1697): «Commnicatio suae pariter, ... curva celleberrimi descensus...», *Acta Eruditorum*, 201-206.

—, (1700): «G. G. L. Responsio ad Dn. Nic. Fatii Duillerii imputationes», *Acta Eruditorum*, 198-208.

—, (1705): «Isaaci Newtoni tractus duo, de speciebus & magnitudine figurarum curvilinearum», *Acta Eruditorum*, 30-36.

Leibniz-Bernoulli (1745): *Got. Gul. Leibnitti et Johan Bernoullii Commercium Philosophicum et Mathematicum*, Lausana.

Leibniz-Clarke (1980): *La polémica Leibniz-Clarke*, edición de Eloy Rada, Taurus, Madrid.

Leibniz, G. (1981): *Monadología*, Pentalfa, Oviedo.

—, (1987): *Análisis infinitesimal*, con un estudio preliminar de Javier de Lorenzo, Tecnos, Madrid.

L'Hospital, Mr. Marquis de (1696): *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, París.

L'Hospital, Marqués de (1998): *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas*, edición en español de Rodrigo Cambray Núñez, UNAM, México.

Manuel, F. E. (1968): *A portrait of Isaac Newton*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.)

Mc Kie, D., y DeBeer, G. R. (1951-2): «Newton's apple», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **9**, 46-54, 333-335.

More, L. T. (1962): *Isaac Newton*, reimpresión de la edición de 1934, Dover, Nueva York.

Morgan, A. de (1914): *Essays on the life and work of Newton*, editado por P. E. B. Jourdain, The Open Court Publishing Company, Chicago.

Munby, A. N. L. (1952): «The Keynes collection of the works of Sir Isaac Newton at King's College, Cambridge», *Notes Rec. R. Soc. Lond.,* **10**, 40-50.

NC (1959-77): *The correspondence of Isaac Newton*, tomos I (1959), II (1960), III (1961), IV (1967), V (1975), VI (1976) y VII (1977), editores H. W. Turnbull (I, II y III), J. F. Scott (IV), A. R. Hall y L. Tilling (V, VI y VII), Cambridge University Press, Cambridge.

Newton, I. (1687): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Londres.

—, (1704): *Opticks: or a treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Also two treatises of the species and magnitudes of curvilinear figures*, Londres.

—, (1947): *Newton tercentenary celebrations*, The Royal Society at the University Press, Cambridge.

—, (1970): *The «Annus Mirabilis» of sir Isaac Newton*, editado por R. Palter, Cambridge, Massch.

—, (1977): *Óptica*, edición en español con introducción y notas de Carlos Solís, Alfaguara, Madrid.

—, (1967-81): *The mathematical papers of Isaac Newton*, edición de D. T. Whiteside, tomos I (1967), II (1968), III (1969), IV (1971), V (1972), VI (1974), VII (1976) y VIII (1981), Cambridge University Press, Cambridge.

Newton, I. (1987): *Principios matemáticos de la filosofía natural*, edición en español con introducción y notas de Eloy Rada, Alianza, Madrid.

—, (2003): *Analysi per quantituatum series, fluxiones, ac differentias*, edición facsimilar y crítica con traducción al castellano de J. L. Arantegui y notas de Antonio J. Durán, Real Sociedad Matemática Española y SAEM Thales, Sevilla.

Robinson, A. (1966): *Non-standard Analysis*, Noth Holland, Amsterdam.

Russell, B. (1999): *Historia de la filosofía occidental*, Alianza Editorial, Madrid.

Savater, F. (1993): *El jardín de las dudas*, Planeta, Barcelona.

Schneider, I. (1968): «Der Mathematiker Abraham de Moivre (1667-1754)», *Arch. Hist. Exact Sci.*, **5**, 177-317.

Spargo, P. E., y Pounds, C. A. (1979): «Newton's «derangement of the intellect»'. New light on an old problem», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **34**, 11-32.

Spargo, P. E. (1992): «Sotheby's, Keynes and Yahuda – the 1936 sale of Newton's manuscripts», en *The investigation of difficult things*, Cambridge University Press, Cambridge, 115-134.

Stukeley, W. (1936): *Memoirs of Sir Isaac Newton's life (1752)*, editado por A. Hastings White, Taylor and Francis, Londres.

Tosca, T. V. (1727): *Compendio mathematico*, tomos I-IX, Madrid.

Turnbull, H. W. (1945): *The mathematical discoveries of Newton*, Londres.

Voltaire (1994): *Cándido y otros cuentos*, Alianza Editorial, Madrid.

Wallis, J. (1693): *Operum Mathematicorum; De Algebra tractabus; Historicus & Practicus*, tomo II, Oxford.

—, (1699): *Operum Mathematicorum*, tomo III, Oxford.

Westfall, R. S. (1963): «Short-writting and the state of Newton's conscience, 1662», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **18**, 10-16.

—, (1980): «Newton's marvelous years of discovery and their aftermath: mith versus manuscript», *Isis*, **71**, 109-121.

—, (1983): *Never at rest; a biography of Isaac Newton*, Cambridge University Press, Cambridge.

—, (1996): *Isaac Newton: una vida*, Cambridge University Press, Cambridge.

Whiteside, D. T. (1960-2): «Patterns of mathematical thought in the later seventeenth century», *Arch. Hist. Exact. Sci.*, **1**, 179-388.

—, (1961): «Newton's discovery of the general binomial theorem», *Math. Gazette*, **45**, 175-180.

—, (1964): «Isaac Newton: birth of a mathematician», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **19**, 53-62.

Whiteside, D. T. (1966): «Newton's marvellous year: 1666 and all that», *Notes Rec. R. Soc. Lond.*, **21**, 32-41.

—, (1970): «The mathematical principles underlying Newton's *Principia Mathematica*», *Journal of the History of Astronomy,* **1**, 116-138.

—, (1967-81): *The mathematical papers of Isaac Newton,* tomos I (1967), II (1968), III (1969), IV (1971), V (1972), VI (1974), VII (1976) y VIII (1981), Cambridge University Press, Cambridge.

—, (1982): «Newton the mathematician», en *Contemporary Newtonian research*, Boston, 109-127.

—, (1992): *The investigation of difficult things*, colección de ensayos en honor de D. T. Whiteside, Cambridge University Press, Cambridge.

LA POLÉMICA SOBRE LA INVENCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL

LA *CHARTA VOLANS*

A 29 de julio de 1713 (a. D.)

Hallándose ahora L...[1] en Viena de Austria no ha visto aún por lo distante de los lugares el libelo recientemente editado en Inglaterra, en que alguno intenta reivindicar para N... la invención primera del cálculo diferencial. No obstante, por que no se haga valer la mentira en la demora, parece debido enfrenarla cuanto antes. En verdad no han podido negar, como fuera bastante tiempo atrás, haber sacado L... a la luz y cultivado públicamente con amigos este nuevo arte de análisis; y haber producido varios años después algo que llama cálculo de fluxiones, similar al diferencial con diversa notación y nombres, precisamente N..., quien no obstante nada osó entonces contra L...[2]

Ni aparece por cuáles argumentos pretendan ahora haber aprendido L... esas cosas de N..., quien nada comunicó dellas a ninguno de quien haya constancia antes de editarlas. No obstante L..., midiendo a otros por su propio candor, de buena gana dio crédito al hombre cuando dijo haber manado tales cosas de su propio ingenio; conque escribió que parecía tuviera N... algo similar al cálculo diferencial. Mas como al cabo enten-

1. En la *Charta volans,* Leibniz esconde su nombre y el de Newton escribiendo sólo las iniciales L... y N... Es curioso esta aparente señal de discreción, acaso también de inocencia, al esconder unos nombres tras unas siglas, sobre todo el de Newton al que a continuación se va a poner de vuelta y media, cuando todo el mundo sabía quiénes eran; es por eso que aquí los hemos mantenido tal y como aparecían en la *Charta.*

2. Leibniz hace otra vez sonar aquí una música parecida a la que le tocó a Newton cuando reseñó su *De Quadratura curvarum* en las *Acta Eruditorum* y que tanto molestó al inglés.

diera tornarse en contra suya su llaneza y haber llegado algunos en Inglaterra, con trastrocada afición a su nación,[3] tan lejos como para no reclamar a N... parte en el hallazgo, sino excluirle a él por completo no sin vituperio, y favorecer el fingimiento el propio N... —lo que apenas se creyera— contra el dictamen de la conciencia, movido por un amor al elogio muy poco elogiable, considerando más atentamente la cuestión que en otro caso, predispuesto como estaba en favor de N..., no estuviera en su ánimo examinar, comenzó a sospechar un proceder ajeno a toda honestidad, haber sido formado el cálculo de fluxiones a semejanza del cálculo diferencial. Mas como por diversas ocupaciones no pudiera examinar la cosa satisfactoriamente, juzgó haber de recurrir al juicio de un matemático de los principales[4] y expertísimo en esas materias, y ajeno a toda afición por alguna de las partes. Quien, ponderado todo, se pronunciaba así en carta dada a 7 de junio de 1713 (a. D.):

3. Como ya se dijo algo en el estudio preliminar sobre la xenofobia y el nacionalismo latentes en la polémica, que aquí menciona Leibniz expresamente, aquí sólo citaré un párrafo de A. Rupert Hall donde la situación queda muy bien reflejada: «En Alemania las *Acta Eruditorum* estaban inevitablemente del lado de Leibniz; en Holanda las revistas publicarían manifiestos de ambos bandos —aunque uno, al menos el *Journal literaire de la Haye*, inclinado de parte de Newton por la simpatía de uno de los editores Willem Jacob's Gravesande, que pronto iba a sobresalir como uno de los más eficientes newtonianos del continente—; y en Francia muy poca atención se dedicó a la disputa sobre el cálculo, quizá por razón de la gran guerra. Alemania, Holanda y Gran Bretaña fueron todas aliadas contra Francia. La Academia Francesa de Ciencias inclinada hacia Leibniz hasta el punto de permitir a Juan Bernoulli criticar los *Principia* de Newton en sus *Mémoires* sin aceptar siquiera una réplica del otro lado» [Hall, 1980: 213-214]. A lo que habría que añadir el incondicional apoyo de las *Philosophical Transactions* y la *Royal Society* a Newton.

4. El *matemático principal,* como quedó explicado en el estudio preliminar fue Juan Bernoulli. Lo que sigue lo tomó Leibniz de la carta que Bernoulli le envió el 7 de junio de 1713 con las primeras noticias de la publicación del *Commercium Epistolicum*. Conforme la polémica fue avanzando, Leibniz descubrió el juego de Bernoulli, con el probable objeto de implicarlo directamente en la disputa quebrando la estrategia de Bernoulli de tirar la piedra y esconder la mano. Sobre el error en los *Principia* mencionado en el fragmento de la carta de Bernoulli, me remito a lo contado en el estudio preliminar y a la anotación del *Account.*

Parece que N..., topándose la ocasión, hiciera adelantar mucho el asunto de las series mediante extracción de raíces, que empleó el primero, y ciertamente de tal suerte que resulta verosímil haber puesto desde el principio todo su afán en mejorarlas, y no creo que soñara siquiera en aquel tiempo con su cálculo de fluxiones y fluentes, o con reducirlos a operaciones analíticas generales a semejanza de algoritmos o reglas aritméticas o algebraicas. Y es [primer] *indicio validísimo de mi conjetura no hallarse rastro ni vestigio en todas esas epístolas* —Comercio Epistolar colinsiano de donde quieren sacar argumentos— *de las letras «x» o «y» o puntuadas con uno, dos, tres &c. puntos superpuestos, las cuales ahora emplea por dx, ddx, d^3x, dy, ddy, &c. Digo más, sin que en los* Principios matemáticos de la Naturaleza *de N..., donde tan frecuente ocasión tuviera de usar su cálculo de fluxiones, se mencione siquiera con una palabrita, ni se pueda discernir lícitamente ni un único rasgo de ese tipo, sino que todo o poco menos se lleva a cabo sin análisis cierto, por líneas de las figuras, al modo usado no sólo por él, pero también por Huygens, digo más, y ya en otros tiempos por Torricelli, Roberval, Cavalieri y otros.*[5] *Por vez primera aparecen esas letras puntuadas en el volumen tercero de las* Obras *de Wallis, muchos años después de que el cálculo diferencial se hubiera hecho valer por doquier. El segundo indicio que autoriza a conjeturar no haber nacido el cálculo de fluxiones antes que el cálculo diferencial es éste, que N... no tuviera aún entendido el razonamiento verdadero para comprender las fluxiones de fluxiones, esto es, diferenciar diferenciales, como se hace patente en sus* Principios de Fil. Matem., *donde no sólo designa con «0»* —a la manera vulgar que destruye la comodidad del cálculo diferencial— *el incremento constante de x, que ahora anotaría mediante x puntuada con un punto, sino que también ofrece una regla falsa en torno a grados ulteriores* —como ya ha observado en su momento algún eminente matemático—... *De donde parece, como poco, ...no haber conocido N... el recto método a seguir para diferenciar diferenciales por largo tiempo después de que fuera familiar para otros &c.* Hasta aquí la carta.

5. Fermat no aparece en la lista aunque sí lo hacía en la que Bernoulli le envió a Leibniz en su carta de la que Leibniz reproduce aquí un fragmento; seguramente se trate de un simple olvido.

De ello se entiende haberse rendido N... a aduladores no poco ignorantes de anteriores cosas cuando, no contento con los elogios por los adelantos traídos a la geometría *sintética* o linealmente *mediante infinitamente pequeños* o *indivisibles* —como antes se llamaran con menos tino—, y hallado el cálculo analítico o diferencial por L... primeramente en números y trasladado a la geometría —luego de ingeniado el análisis de infinitesimales—,[6] se arrogó el honor a otro debido; y haber merecido la tacha de ser de ánimo poco equitativo y sincero cuando, en lugar de la parte de gloria que inmerecida obtuviera por humanidad de otro, apeteciola toda: de que también se quejan Hooke, a propósito de su hipótesis planetaria, y Flamsteed, a propósito del uso de sus observaciones.[7]

6. Leibniz apunta aquí con mucha brevedad el singular proceso que lo llevaría a descubrir el cálculo, y que luego en la *Historia et origo* expondrá con mayor detalle y extensión.

7. Leibniz saca, como diríamos hoy, varios de los cadáveres que Newton guardaba en su armario. Uno es Robert Hooke, secretario de la *Royal Society* desde 1677 hasta su muerte en 1703 —justo después, en ese mismo año, accedió Newton a la presidencia de la *Royal Society*— con quien Newton mantuvo varias polémicas a lo largo de su vida: una sobre la luz y los colores y otra al acusar Hooke a Newton de haberle plagiado su hipótesis de atracción inversamente proporcional al cuadrado de las distancias para explicar el movimiento de los planetas —no entraré aquí en más detalles pues algunos se dieron en el estudio preliminar—. El otro es John Flamsteed, astrónomo real, con quien Newton mantuvo una corrosiva disputa a cuenta del uso de las observaciones del astrónomo y la publicación de la *Historia Coelestis*, el monumental catálogo de observaciones de Flamsteed que Newton quiso —y pudo en primera instancia— publicar a su conveniencia aun en detrimento de la opinión y obra del astrónomo real. No es aquí el momento ni el lugar para tratar esta pelea, donde Newton mostró lo peor de sí mismo en un período de su vida en el que controlaba de forma abusiva y absolutista la ciencia inglesa —aunque la pelea venía de atrás, se hizo pública en el mundo científico y político inglés de 1704 a 1716—; baste, para ilustrar lo que fue aquel sucio escándalo, la siguiente cita de F. Manuel: «[...] El *Original Preface,* que fue suprimido por los editores de la *Historia Coelestis* de Flamsteed cuando el trabajo apareció póstumamente, había sido escrito por Flamsteed en febrero de 1717 y se concentraba en la incansable persecución a que Newton sometió al autor. Uno no arrojaba con impunidad tales calumnias sobre el carácter del divino Newton en 1725, de manera que la censura fue invocada. El prefacio presentaba un espeluznante dibujo de Newton como ávido de poder, mentiroso, cómplice, monstruo traidor, usando su influencia en la Corte y su fami-

Por cierto ha de ser o prodigioso su olvido o grande su iniquidad contra el testimonio de la conciencia si aprueba, como cabe colegir de su indulgencia, acusaciones por que algunos de sus acólitos pretenden también haber sacado L... de Gregory la serie que muestra la magnitud del arco de círculo a partir de la tangente. Que dispusiera de tal cosa Gregory, ignoráronlo más allá de treinta y seis años los mismos anglos y escoceses, Wallis, Hooke, Newton y Gregory el joven, sobrino del primero por su hermano según creo, y reconocieron ser hallazgo de L... El modo en que éste vino a dar con su serie a imitación de aquella de Nicolás Mercator —primero en dar con tales—, comunicolo al punto el mismo L... a Huygens estando éste en Lutecia, quien le elogió y por carta. Comunicado a N..., lo alabó poco después, y en cartas confiesa ser nuevo ese método para series, aún no usado hasta entonces por otros que él supiera. Editado después en las Actas de Leipzig, el método general para dar con la serie buscada, aun con ordenadas de curvas trascendentes, no lo ofreció L... mediante extracciones, de las cuales usó N..., sino que lo dedujo del fundamento más profundo del cálculo diferencial. Merced a este cálculo, en verdad, el negocio de las series se ha llevado a mayor perfección. Por callar del cálculo exponencial, grado perfectísimo del transcendente que L... ejerció el primero, aunque perseguido también por Juan Bernoulli, sin

---

liaridad con lord Halifax para usurpar a Flamsteed su catálogo de estrellas, su dinero, su posición independiente como *Astrónomo Real.* Flamsteed se retrata como un mártir cuya devoción por la ciencia y la revelación del trabajo de Dios no le permitían publicar un catálogo de estrellas imperfecto, un hombre que fue objeto de una conspiración en la que el hipócrita Newton y el ateo Halley fueron los primeros promotores. [...] A pesar de la obvia exageración de Flamsteed, la explicación tiene cierta convicción y no puede ser desechada sin más como una confabulación salvaje. Newton no toleraría ninguna oposición y era bastante capaz de destruir a un hombre que se cruzara en su camino. La versión de Flamsteed de 1717 es, en muchos de sus detalles, corroborada por las cartas que escribió a sus amigos mientras los sucesos estaban ocurriendo, de manera que si inventó, se aferró más o menos al entramado de sus invenciones originales. Nada en la correspondencia de Newton contradice los hechos presentados, y los borradores de los manuscritos conservados de los acuerdos y órdenes reales, de puño y letra de Newton, apoyan la afirmación central de Flamsteed de que en la trastienda hubo confusas manipulaciones e intrigas» [Manuel, 1968: 309-310].

haber tenido N... o discípulos suyos noticia alguna: y algunos de ellos, como quisieran también acceder al cálculo diferencial, dieron entrada a errores en que se echaba de ver haberlo entendido poco, tal como se hace patente en el paralogismo de Gregory el joven con la catenaria.[8] Por lo demás no hay duda de que muchos varones preclaros en Inglaterra habrán de desaprobar esta vanidad e iniquidad de los acólitos n...ianos; y no se debe imputar a la nación entera el vicio de unos pocos.

8. El problema de determinar qué línea curva forma la caída libre de un cable flexible sujeto por dos puntos, curva a la que Huygens llamó en 1690 *catenaria*, ya había intrigado a Leonardo da Vinci y Galileo que pensaron erróneamente que se trataba de una parábola. La determinación de la curva la propuso Jacobo Bernoulli como reto en las *Acta Eruditorum* en 1691, y la curva —el coseno hiperbólico— fue identificada por Huygens, Leibniz y Juan Bernoulli y generó una polémica entre los hermanos Bernoulli, pues el menor acusó al mayor de pretender haber resuelto el problema cuando en realidad no lo hizo. Por entonces la disputa por la prioridad todavía no había estallado, de manera que no hay que interpretar el reto del mayor de los Bernoulli como una de las tantas pruebas que, una vez rotas las hostilidades, les pusieron desde el continente a los matemáticos ingleses para comprobar si su método de cálculo podía resolverlas —como fue, por ejemplo, la del cálculo de las trayectorias ortogonales a una familia de curvas dadas—; aunque a la postre, el reto le sirvió a Leibniz para lo mismo. En efecto, en 1697 publicó David Gregory en las *Philosophical Transactions* una solución errónea del problema de la catenaria. A Leibniz le faltó tiempo para denunciar en las *Actas Eruditorum* de febrero de 1699, de manera anónima, el error de Gregory, quien no sólo recibió el tirón de orejas de Leibniz, Newton, a su manera, también le amonestó: cuando David Gregory conoció —hacia mediados de 1698— la existencia de la enumeración de las curvas de tercer orden que había hecho Newton, le animó a publicarla e, incluso, se ofreció como editor; ofrecimiento que Newton rechazó porque, según apuntó Whiteside maliciosamente, se había percatado de cierta «superficialidad en la perspicacia matemática de Gregory», sobre todo después de que éste publicara en 1697 la solución errónea del problema de la catenaria.

NOTAS SOBRE LAS DIFERENCIAS ENTRE EL SR. DE LEIBNIZ Y EL SR. NEWTON[9]

La carta inserta en el tomo primero del *Journal literaire*, p. 206, y en que se hace relación de esas diferencias,[10] contiene varios extremos en que se echa de ver que su autor ha sido mal informado. No hubo en otro tiempo disputa ninguna entre esos dos caballeros acerca de este asunto. El señor Newton jamás había dado a entender que pretendiera arrebatar al señor de Leibniz la gloria de haber dado con el cálculo diferencial; y no es sino por quienes han visto el *Commercium litterarium* no ha mucho impreso en Londres por quienes el señor de Leibniz [...][11] y que ha sabido que el señor Newton participaba de lo que algunas personas mal informadas habían aventurado sobre tal materia. El señor de Leibniz, que se halla en Viena, no ha visto aún por sí ese escrito.

9. Como se explicó en el estudio preliminar, la *Charta volans* fue, poco después de su distribución en latín, traducida al francés y publicada en el número de noviembre/diciembre de 1713 del *Journal literaire de la Haye*, donde unos meses antes se había publicado una carta de Keill junto con la traducción francesa del informe del comité creado por la *Royal Society* para estudiar el *affaire* entre Keill y Leibniz —y que dio origen al *Commercium*—. La traducción francesa de la *Charta volans* iba precedida de un preámbulo pretendidamente anónimo, obra de Leibniz. Dado que, en cierta manera, conforma con la *Charta volans* un conjunto unitario, me pareció oportuno editarlo aquí también.

10. La carta a la que se referiere Leibniz aquí fue un informe anónimo publicado en el número de mayo y junio de ese año bajo el título de *Carta de Londres* y cuyo autor fue Keill. Para más detalles véase [NC VI, 1976: 32, n. 1].

11. Según apuntaron A. Rupert Hall y L. Tilling, hay aquí una laguna en el texto que según ellos debería ser: «y no es sino por quienes han visto el *Commercium litterarium* no ha mucho impreso en Londres por quienes el señor de Leibniz [ha conocido la reclamación de Newton sobre la invención] y que ha sabido que el Sr. Newton participaba de lo que algunas personas mal informadas habían aventurado sobre tal materia».

Ese sabio matemático nunca ha comunicado sus razones a la Sociedad Real de Inglaterra, creyendo el asunto demasiado evidente para que ello fuera necesario: tan sólo había escrito que no dudaba un punto de que la sociedad y el propio señor Newton desaprobarían tal proceder. Así, la sociedad no ha podido examinar las razones de la una y la otra parte para pronunciarse sobre el caso.

He aquí ahora relación verdadera de lo ocurrido. Hace unos cuarenta años hubo cierto comercio epistolar entre los s[eñores] de Leibniz, Oldenburg, Newton, Collins y otros. Fueron algunas de esas cartas publicadas en el volumen tercero de las Obras Matemáticas del señor Wallis. Donde se ve que el señor Newton hacía misterio de algo que decía tener descubierto, y que después ha querido hacer pasar por el cálculo diferencial. Antes al contrario, el señor de Leibniz comunicole abiertamente los fundamentos de tal cálculo, de que dan fe esas mismas cartas publicadas por el señor Wallis; por más que se haya venido a averiguar más tarde no haberlo entendido bien el señor Newton, sobre todo en lo que atañe a las diferencias de diferencias. Aún se han encontrado después otras cartas del señor Collins y de sus amigos y se han publicado ahora en Londres, con adiciones en que se pretende, fundándose en simples conjeturas y falsas suposiciones, deberse el cálculo diferencial al señor Newton y haberlo aprendido de éste el señor de Leibniz: por más que lo contrario se vea claramente y en términos expresos en aquellas publicadas por el señor Wallis.

El autor de esas adiciones ha juzgado con temeridad de cosas en que no estaba bien instruido y se ha visto en gran aprieto cuando ha pretendido adivinar cómo haya llegado el señor de Leibniz a hacerse con ese hallazgo. A más de haberse averiguado que no conocía aún el señor Newton el verdadero cálculo diferencial en 1687, cuando publicara su libro intitulado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*: pues sobre no hacerlo aparecer en absoluto, aunque sobradas ocasiones tuviera allí para hacerlo valer, comete faltas que nunca podrían aunarse con el conocimiento de ese cálculo; extremo que ha señalado el primero un ilustre matemático harto imparcial. A la sazón el señor de Leibniz tenía ya publicado su cálculo años atrás, en 1684, sin que el señor Newton diera jamás noticia de nada que

se le aproximara a ninguno que se sepa, ni en público ni en particular, sino largo tiempo después de publicarse sus Principios, esto es, luego que Wallis publicara en 1693 sus Obras Matemáticas y luego que la invención del señor de Leibniz fuera ya célebre y públicamente ejercitada con mucho éxito y aplauso, ante todo por los señores Bernoulli. Al considerar lo publicado por Wallis se ve de entrada que la invención del señor de Leibniz aparece bajo otros nombres y otros caracteres, pero mucho menos convenientes. Ello no obstante, ni entonces ni por largo tiempo después ha importunado el señor Newton al señor de Leibniz en la posesión de los honores de su descubrimiento: nada ha dicho sino tras la muerte de los señores Huygens y Wallis,[12] quienes bien instruidos del caso habrían podido ser jueces imparciales. El señor de Leibniz venía creyendo hasta el presente, fiando en la palabra del señor Newton, que bien pudiera éste haber hallado cosa semejante al cálculo diferencial, mas ahora se ve lo contrario. Abajo se publica el juicio imparcial de un ilustre matemático: juicio fundado en el largo silencio y los errores del señor Newton.

12. Leibniz denuncia aquí la circunstancia de que la acusación de plagio contra él se produjo cuando quienes mejor podían testificar en su causa habían muerto; Newton respondería en el *Account* acusando a Leibniz de que la reseña infamante sobre su *De Quadratura curvarum* apareció en las *Acta* de Leipzig justo después de la muerte de Wallis, evitando Leibniz así que le pudiera rectificar. En la *Historia et origo,* Leibniz hará también referencia a los muertos, añadiendo también a Tschirnhaus a la lista. Poca razón asiste a ambos en estas denuncias; por ejemplo, en el caso de Leibniz, cuando se produjo la acusación velada de Fatio, tanto Wallis como Tschirnhaus vivían todavía y, de hecho, Leibniz mantuvo un intercambio epistolar con Wallis —no con Tschirnhaus— sobre el asunto —intercambio epistolar al que Newton se refirió en su *Account*.

UNA RESEÑA DEL LIBRO TITULADO *COMMERCIUM EPISTOLICUM COLLINI & ALIORUM, DE ANALYSI PROMOTA,* publicado por orden de la Royal Society sobre la disputa entre el señor Leibniz y el doctor Keill acerca de los derechos de invención del método de fluxiones, llamado por algunos el método diferencial[1]

Habiéndose publicado fuera varias reseñas de este *Commercium*, todas ellas muy imperfectas, pareció oportuno publicar la reseña que a continuación sigue.

Ese *Commercium* está compuesto por varias cartas y documentos antiguos reunidos en orden cronológico y, o bien copiados, o bien traducidos al latín de los originales que se describen en el título de cada carta o documento. Para examinar la validez de los originales y de sus copias, la *Royal Society* nombró un nutrido comité.[2]

1. Newton nunca quiso verse envuelto en polémicas ni disputas científicas, e incluso cuando lo estuvo procuró evitar la confrontación directa con sus adversarios. En este sentido, Newton aclaró en el mismísimo título de su *Account* que éste era una explicación de la disputa entre Keill y Leibniz, no entre Newton y Leibniz, sobre el descubrimiento del método de fluxiones: su nombre ni siquiera aparece en el encabezamiento.

2. Según Augusto de Morgan, «Primero, el comité lo componían Halley, Jones, De Moivre y Machin, amigos de Newton y matemáticos; Brook Taylor, un matemático, pero conocido entonces únicamente por ser amigo de Keill, la parte acusada; Robarts, Hill, Burnet, Aston y Arbuthnot, desconocidos como matemáticos, aunque los dos últimos amigos personales de Newton; y Bonet, el ministro prusiano. Llamar a esto un comité apropiado sería un gran desdoro para la sociedad. Segundo, los nombres de los miembros del comité nunca fueron publicados con su informe, lo que hubiera sido loable si ese informe hubiera sido una sentencia, pero si el comité fue sólo consultivo sobre las pruebas de Newton poco importaba quién lo formara. Tercero, la sociedad se había puesto del lado de Newton, escuchando su informe, encargando a Keill

Se trata aquí de un método general para resolver ecuaciones finitas en infinitas y de la aplicación de estas ecuaciones, ya sean finitas o infinitas, a la solución de problemas mediante el método de las fluxiones y los momentos. Empezaremos explicando la parte del método que consiste en la resolución de ecuaciones finitas en infinitas con aplicaciones a la cuadratura de figuras curvilíneas.

Por ecuaciones infinitas entendemos aquellas que comprenden una serie de términos convergiendo o aproximándose *in infinitum* al valor verdadero, de manera que acaben difiriendo de ese valor verdadero menos que cualquiera cantidad dada y si se continúa *in infinitum* no queda diferencia alguna.

El doctor Wallis en el capítulo 33, prop. 68 de su *Opus Arithmeticum,* publicada el año 1657, reduce la fracción $\frac{A}{1-R}$ por división continua en la serie $Aa + AR + AR^2 + AR^3 + AR^4 +$ &c.

El vizconde Brounker calculó la cuadratura de la hipérbola usando la serie $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{3\times 4} + \frac{1}{5\times 6} + \frac{1}{7\times 8} +$ &c. O lo que es igual: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$ & *c.* agrupando dos términos en uno.

Esta cuadratura fue publicada en las *Philosophical Transactions* de abril de 1668.[3]

---

que escribiera la segunda carta en la controversia y "poniendo luz en el asunto": la única luz que pusieron fueron la que Newton mismo pudo dar. Cuarto, Burnet escribió a Juan Bernoulli mientras el asunto estaba pendiente, diciendo expresamente, no que la *Royal Society* estuviera averiguando, sino que estaba ocupada probando que Leibniz había visto las cartas de Newton. Quinto, De Moivre, como consta por el relato de un amigo íntimo, se consideraba a sí mismo, por el mero hecho de pertenecer al comité, separado de la neutralidad que hasta entonces había mostrado, lo que prueba que no se consideraba parte de un tribunal. Sexto, ninguna información se le dio a Leibniz del proceso, menos aún se le invitó a presentar su propia documentación. Todas estas cosas juntas muestran que el comité no fue apto para juzgar, ni se quiso ni se impuso que fuera así por parte de la sociedad. Y quien convenga con esto debe convenir, pienso yo, que fue una de las operaciones más desleales que se hicieron» [De Morgan, 1914: 27, n. 3].

3. Se trata de la serie para el log 2, que ya había descubierto y publicado antes (1659) en Italia Pietro Mengoli, aunque usando un método distinto [Whiteside VIII, 1981: 564, n. 8].

Poco después, una demostración de esta cuadratura usando el procedimiento de división del doctor Wallis fue publicada por el señor Mercator. Y aún algo después, el señor James Gregory publicó una demostración geométrica de lo mismo.

Todos estos libros fueron enviados algunos meses después al doctor Barrow de Cambridge por el señor John Collins, quien los pasó al señor Newton —hoy sir Isaac Newton— en junio de 1669. A su vez, el doctor Barrow envió al señor Collins un tratado del señor Newton titulado *Analysis per aequations numero terminorum infinitas*. Ésta es precisamente la primera pieza publicada en el *Commercium*, y contiene un método general para hacer con cualquiera que sea la figura, lo que milord Brounker y el señor Mercator sólo hicieron con la hipérbola. A partir de entonces, el señor Mercator vivió diez años[4] más sin haber hecho ninguna otra cuadratura que la de la hipérbola. Los progresos del señor Newton muestran por tanto que no requirió la asistencia del señor Mercator. Sin embargo y para evitar discusiones, el señor Newton reconoce que milord Brouncker descubrió y el señor Mercator demostró la serie para la hipérbola algunos años antes de que la publicaran y, por tanto, antes de que el señor Newton encontrara su método general.

El mencionado tratado *Analysis* es citado por el señor Newton, en una carta que envió al señor Oldenburg el 24 de octubre de 1676,[5] en los siguientes términos: «Justo cuando apareció la *Logarithmotechnia* de Mercator, un compendio del método de estas series fue comunicado por mi amigo el señor Barrow —entonces profesor de matemáticas en Cambridge— al señor Collins, en el que indicaba las áreas y longitudes de todas las curvas, y las superficies y volúmenes de los sólidos conocidas las

4. Mercator murió al inicio de 1687, por lo que todavía vivió no diez años como arriba escribió Newton sino dieciséis. El dato fue corregido en la versión latina del *Account* que Newton adjuntó a la segunda edición del *Commercium*.

5. Se trata de la *Epistola posterior*, [NC, 1960: 110-129]; el párrafo que sigue corresponde a la página 114. Para los detalles de las cartas, artículos y documentos de las muchas citas que Newton recoge en el *Account* pueden consultarse las notas de Whiteside en [Newton VIII, 1981: 561-602], donde se reproducen las primeras 36 páginas del *Account* —tomadas de un manuscrito de Newton.

rectas y, recíprocamente, cómo podían determinarse las rectas conocidos éstos; ilustré el método allí expuesto mediante varias series».

Tal y como se comprueba en sus cartas, el señor Collins en los años 1669, 1670, 1671 y 1672 dio noticias de este tratado a los señores James Gregory en Escocia, Bertet y Vernon en París, Alfonso Borelli en Italia, Strode y Townsend, Olderburg, Dary y otros en Inglaterra. El señor Oldenburg a su vez, en una carta de 14 de septiembre de 1669, con copia en la colección de cartas de la *Royal Society,* además de dar noticias del tratado al señor Francis Sluse de Lieja, le comunicó algunos de sus ejemplos. En particular, el señor Collins en una carta al señor James Gregory fechada el 25 de noviembre de 1669, escribe lo que sigue sobre el método contenido en el tratado: «Barrow resignó su cargo de dictar lecciones públicas en alguien de nombre Newton de Cambridge, a quien menciona en el prefacio de las lecciones de Óptica a fuer de varón de agudísimo ingenio, y quien antes que se editara la *Logarithmotechnia* de Mercator diera con un método idéntico y lo aplicara a todas las curvas en general y al círculo de modos diversos».

Por otro lado, en una carta al señor David Gregory[6] fechada el 11 de agosto de 1676, se menciona el método de la siguiente manera: «Tras su publicación (se trata de la *Logarithmotechnia* de Mercator y las *Exercitationes geometricae* de Gregory) fueron remitidos a Barrow de Cambridge. Éste contestó que la doctrina de series infinitas excogitola Newton un bienio antes que saliera a la luz la *Logarithmotechnia* de Mercator, y aplicada a todas las figuras en general. Junto con la carta remitió el manuscrito de Newton».

El último de los dos libros mencionados apareció el año 1668, mientras que el doctor Barrow envió el tratado de Newton al señor Collins en julio siguiente, como se desprende de tres de las cartas del doctor Barrow. A su vez, en una carta al señor Strode, de fecha 26 de julio de 1672, el señor Collins escribió esto de dicho tratado: «He remitido una copia del libro (*Logarithmotechnia*) a Barrow de Cambridge, quien luego me

6. Se trata del hermano de James Gregory y padre del David Gregory que luego formó parte del círculo de protegidos de Newton.

remitió algunas cartas de Newton: cartas de las que, con otras que el autor comunicara en otro tiempo con Barrow, se hace patente que el dicho Newton excogitara y aplicara ese método de modo general unos cuantos años antes, de tal suerte que en cualquier figura curvilínea propuesta definida por una o varias propiedades se pueda obtener por obra suya cuadratura y área de dicha figura, con precisión si ello es posible, y de no ser así, infinitamente aproximadas; evolución o longitud de la línea curva; centro de gravedad de la figura; sólidos generados por su rotación, y superficies de los mismos; y sin extracción ninguna de raíces».

Y en otra carta escrita al señor Oldenburg, para ser enviada al señor Leibniz y fechada el 14 de junio de 1676, el señor Collins añade: «Este excelente método no se detiene ante dificultad alguna. Entiendo que en la opinión de Gregory y otros, todo lo conocido hasta ahora fue como la vacilante luz de la alborada frente a la claridad del mediodía».[7]

El tratado en cuestión fue impreso por primera vez por el señor William Jones, quien lo encontró entre los documentos del señor John Collins transcrito de su puño y letra, y lo cotejó

7. Esta carta que Collins envió a Oldenburg para Leibniz se conoce con el nombre de *Abridgment*, y es un extracto de seis páginas de una carta más larga —cincuenta páginas—, conocida como la *Historiola*, que unas semanas antes Collins había enviado a Oldenburg para Leibniz conteniendo resultados y extractos de James Gregory; Oldenburg consideró que había demasiada información en la *Historiola*, de la que Collins extractó el *Abridgment* que fue enviado finalmente a Leibniz en junio de 1676. En la segunda visita de Leibniz a Londres en octubre de 1676, Collins mostró a Leibniz la *Historiola*, de la que el alemán tomó algunas notas que todavía se conservan hoy [NC II, 1960: 20, n. 1 y 49, n. 1]. En la cita que Newton recoge arriba, Collins había escrito originariamente Gregory y Newton, pero después, cambió *Newton* por *otros*. [Ibíd.: 49, n. 3]. En cualquier caso, para reforzar la impresión de todo lo que Leibniz recibió de los británicos, Newton incluyó en el *Commercium* las palabras iniciales de Collins a Oldenburg: «Por cuanto a instancias suyas y habiendo sido apremiado además por los más ansiosos deseos del señor Leibniz y otros de la *Académie Royale des Sciences* de París de dar un informe de las inquietudes y logros del ilustrado señor James Gregory [...]», junto con las instrucciones de Collins: «Extractos de las cartas del señor Gregory para ser prestadas a monsieur Leibniz para su estudio; con la indicación de que las mismas le sean devueltas a usted» [Hall, 1980]; y las volverá a incluir aquí, en el *Account*, unas páginas más adelante.

con el original que pidió después al señor Newton.[8] Contiene el anteriormente mencionado método general de análisis, enseñando cómo resolver ecuaciones finitas en infinitas, y las aplicaciones que mediante el método de momentos se pueden hacer de las ecuaciones, ya sean finitas como infinitas, a la solución de todos los problemas.

Empieza en el punto hasta donde el doctor Wallis había alcanzado, y funda el método de cuadraturas sobre tres reglas. El doctor Wallis publicó su *Arithmetica infinitorum* en el año 1655; la proposición 59 de ese libro establece que, si llamamos x a la abscisa de una figura curvilínea y m y n son números, y la ordenada levantada en ángulo recto es $x^{\frac{m}{n}}$, entonces el área de la figura será $\frac{n}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}$. Este resultado es el elegido por el señor Newton como la primera regla sobre la que funda su cuadratura de las curvas. El doctor Wallis demostró esta proposición por etapas, usando muchas proposiciones particulares y agrupándolas después todas en una tabla de casos. El señor Newton reduce todos los casos a uno, usando una potencia con índice indeterminado; al final de su tratado lo demostró de una vez usando su método de momentos, siendo el primero que introdujo las potencias de índices indeterminados en las operaciones del análisis.[9]

8. Son casi las mismas palabras que William Jones usó en el prefacio del *Analysis* (1711), para referirse a cómo encontró el *De Analysi* entre los documentos de Collins: «Pues, en efecto, dos años han pasado desde que vinieron a parar a mis manos los papeles del señor Collins —quien tuvo, como es notorio, amplísimo trato con los matemáticos de su siglo— [...] Había no obstante un breve tratado sobre la cuadratura de curvas, escrito a tal punto luminoso y pulido, y tan acomodado a instruir a quienes aún no se hayan percatado de este método en su totalidad, como para que no pudiera yo abstenerme de pedir al menos licencia al autor para editarlo. Que no sólo concedió con humanidad suma, pero sobre ella dio además su venia para reunir los restantes que miraban a idéntico argumento» [Newton, 2003: 4]. En realidad, la secuencia de hechos que Newton está narrando aquí en las primeras páginas del *Account* está casi calcada del prefacio del *Analysis;* la traducción de buena parte de los fragmentos de las cartas que Newton cita arriba se ha tomado de la edición castellana del *Analysis* [Newton, 2003].

9. Newton dice bien: la notación actual para las potencias, esto es, escribir a^n para el producto de n veces a, se remonta a Descartes, que la introdujo

Según la proposición 108 de la ya mencionada *Arithmetica infinitorum*, y por otras varias proposiciones que le siguen, si la ordenada está compuesta de dos o más ordenadas con sus signos + y –, el área estará compuesta de dos o más áreas tomadas con sus signos respectivos + y –. Y este resultado es el elegido por el señor Newton como la segunda regla sobre la que funda su método de cuadraturas.

Y la tercera regla es la que transforma fracciones y raíces y las raíces afectadas de ecuaciones en series convergentes, si la cuadratura no se puede calcular de otra forma; y por las reglas primera y segunda se calcula la cuadratura de las figuras cuyas ordenadas son los distintos términos de la serie.

El señor Newton, en su carta al señor Oldenburg fechada el 13 de junio de 1676 y enviada al señor Leibniz, muestra cómo reducir cualquier potencia de cualquier binomio en una serie convergente y cómo calcular la cuadratura de una curva, cuya ordenada sea esa potencia, mediante la serie. Y habiendo expresado el señor Leibniz su deseo de conocer el origen de este teorema, Newton replicó en su carta de 24 de octubre de 1676, que un poco antes de la plaga —que alcanzó Londres en el año 1665— habiendo leído la *Arithmetica infinitorum* del doctor Wallis, y considerando cómo interpolar la serie x, $x - \frac{1}{3}x^3$, $x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$, $x - \frac{3}{3}x^3 + \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7$, *&c.*, encontró que el área

---

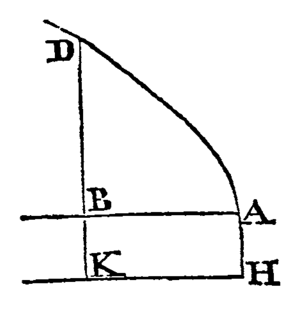
en su *Géométrie* [Descartes, 1637]. Newton extendió la notación cartesiana para exponentes negativos, fraccionarios o literales —indeterminados, como Newton dice arriba—; Wallis, en su *Arithmetica infinitorum* (1656), había ya hablado de *índices* negativos y fraccionarios, aunque no los había usado *de facto* —por ejemplo no había escrito a^{-1} para $\frac{1}{a}$—, al igual que otros ilustres antecesores entre los que cabe citar a Oresme, Chuquet y Stevin. Cajori señaló que fue precisamente la explicación y el uso que hizo Newton, en la *Epistola prior* del 13 de junio de 1676, de estos exponentes negativos y fraccionarios, la que inauguró formalmente esta notación [Cajori I, 1928: 352-355] —probablemente Cajori dio por inaugurada la notación en la *Epistola prior*, sin entrar en anteriores usos de esta notación por Newton, como por ejemplo en el *De Analysi* (como aquí reclama Newton), debido a su inclusión en el *Algebra* de Wallis (1685), siendo pues el primer texto publicado donde Newton usaba esta notación (el *De Analysi* no se publicó hasta 1711).

del círculo era $x - \frac{\frac{1}{2}x^3}{3} - \frac{\frac{1}{8}x^5}{5} - \frac{\frac{1}{16}x^7}{7} - \frac{\frac{5}{128}x^9}{9} - \&c.$ Y usando el método de interpolación encontró el teorema antes mencionado;[10] y por medio del teorema encontró la forma de reducir fracciones y los irracionales en series convergentes, por división y extracción de raíces. Entonces procedió a la extracción de raíces afectadas. Y estas reducciones constituyen su tercera regla.

Cuando el señor Newton hubo explicado estas tres reglas en su tratado, y las hubo ilustrado con varios ejemplos, avanzó la idea de que el área podía ser deducida de la ordenada; para ello se consideran las áreas como cantidades que crecen o dis-

10. Newton comenzó sus investigaciones sobre el binomio a finales de 1664, y había descubierto la fórmula para el otoño de 1665 —ya iniciada la plaga de peste a la que se refiere Newton arriba—. Según apuntó David Gregory en su *Exercitatio geometrica* de 1684, la fórmula del binomio fue descubierta de manera independiente por su tío James Gregory en 1670 [Whiteside, 1960-2: 260] —usando una fórmula de interpolación— y, de hecho, se puede apreciar en versión logarítmica —Gregory la introduce bajo el epígrafe: dado *un* logaritmo encontrar su número— en el anexo de una carta a Collins fechada el 23 de noviembre de 1670 [Gregory, 1939: 131-132]; unos días después, en la siguiente carta que envió a Collins, con fecha 19 de diciembre de 1670, Gregory pareció darse cuenta de la importancia de la serie binomial: «Señor, en mi última carta no caí en la cuenta de que la serie de Newton para un sector circular —que me envió hace bastante tiempo—, junto con un número infinito de otras series de la misma naturaleza, pueden ser una consecuencia de esa que le envié acerca de los logaritmos: más concretamente, dado un logaritmo encontrar su número o convertir la raíz de cualquier potencia en serie infinita. Me admiro de mi torpeza, pues en todo este tiempo no he caído en la cuenta de esto; por contra, me tomó mucho trabajo encontrar esas otras series. Pero la verdad es que siempre pensé —si es que hubiera una tal serie— dar con ella combinando mi serie para el círculo, sin desear entonces otro método viendo que tenía tan gran número de ellas» [Gregory, 1939: 148] —véanse también [NC I, 1959: 50 y 52, n. 1]; [NC II, 1960: 42, n. 4], y [Gregory, 1939: 25]—. El proceso de descubrimiento seguido por Newton puede apreciarse al detalle consultando sus trabajos sobre el asunto: [Newton I, 1967: **1**, 3, §3 [2] y [3] y §4] —también se pueden consultar las explicaciones adicionales de Whiteside [Whiteside, 1961], Westfall [Westfall, 1983: 115-122] o Edwards [Edwards, 1979: 178-187]—, o, siguiendo la referencia que Newton da arriba, las que comunicó a Leibniz —y al resto del mundo— al inicio de la *Epistola posterior*.

minuyen por un flujo continuo en proporción a la longitud de la ordenada y suponiendo que la abscisa crece uniformemente en proporción al tiempo. Y por los momentos de tiempo, dio en llamar *momentos* a los incrementos momentáneos o partes infinitamente pequeñas de la abscisa y del área, generadas en esos momentos o instantes de tiempo. Al momento de una línea lo llamó punto, en el sentido de Cavalieri, y por tanto no es un punto geométrico sino una línea infinitamente corta, y al momento de un área o superficie lo llamó línea, en el sentido de Cavalieri, y por tanto no es una línea geométrica, sino una superficie infinitamente estrecha. Cuando Newton consideró la ordenada como el momento de un área, entendía los rectángulos formados tomando como lados la ordenada geométrica y un momento de la abscisa, aunque ese momento no fuera siempre expresado. *Sea ABD*, dijo, una curva cualquiera y *AHKB* el rectángulo cuyo lado *AH* o *BK* es la unidad. Y piensa la recta *DBK* uniformemente movida desde *AH* describiendo las áreas *ABD* y *AK* y que [la recta] *BK* (*1*) es el momento en que aumenta gradualmente [el área] *AK* (*x*) y [la recta] *BD* (*y*) el momento en el que lo hace [el área curvilínea] *ABD*; y que a partir de ese momento *BD*, dado de continuo, podrías investigar, mediante las [tres] reglas antedichas, el área descrita *ABD*, o compararla con la descrita por *AK* (*x*) con el momento *1*.



Ésta es su idea para calcular la cuadratura de las curvas, y explica con las siguientes palabras cómo lo aplica a otros problemas: *Entonces por la misma razón,* dijo, *por la cual la superficie ABD se obtiene a partir de su momento dado de continuo, mediante las* [tres] *reglas precedentes, obtendrase cualquier otra cantidad a partir de su momento así dado. Haga más claro este asunto un ejemplo.* Y después de algunos ejemplos, añade su método de regresión para obtener la abscisa del área, arco o contenido sólido; y mostró cómo el mismo método se aplica a las curvas mecánicas para determinar sus ordenadas, tangentes, áreas, longitudes, etc. Y así, partiendo de cualquier ecuación que exprese la relación en-

tre el área y la abscisa de una curva, podrías encontrar la ordenada usando este método. Y éste es el fundamento del método de las fluxiones y momentos, que el señor Newton en su carta fechada el 24 de octubre de 1676 condensó en esta frase: *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa.*[11]

En su compendio, el señor Newton representa la fluxión uniforme del tiempo o de cualquier exponente del tiempo por una unidad, el momento del tiempo o su exponente por la letra *o,* y las fluxiones de otras cantidades por cualesquiera otros símbolos. Los momentos de esas cantidades los representa por los rectángulos bajo esos símbolos y la letra *o,* y el área de una curva por la ordenada encerrada en un cuadrado,[12] considerando

11. Más que condensar, Newton ocultó dicha frase en este anagrama indescifrable —los números indican cuántas veces se repite cada letra en la frase oculta—: *6accdae13eff7i3l9n4o4qrr4s8t12vx,* que fue el primero que incluyó en la *Epistola posterior.*

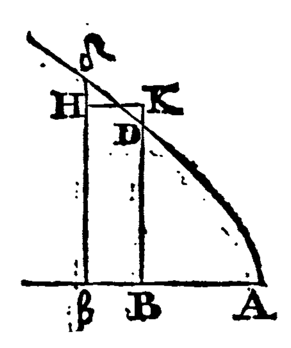
12. Quizá el único punto flaco que presentaba el frente de Newton en la polémica fue la cuestión de la notación en la que, sin duda, Leibniz fue precoz y superior. Newton dedica cierto esfuerzo en el *Account* a explicar su notación y, sobre todo, el momento en que empezó a usarla. Aquí nos presenta una de las notaciones que usó para la integral definida: la función en cuestión dentro de un recuadro: $\boxed{\frac{aa}{64x}}$. Newton usó esta notación del recuadro en sus manuscritos desde 1665. La aparición de esta notación en la copia del *De Analysi* enviada a Collins la usa aquí Newton como argumento en favor de su prioridad sobre Leibniz también en cuestiones de notación. Poco antes de la redacción del *Account*, en carta fechada el 2 de mayo de 1714, John Keill le había enviado a Newton la carta de respuesta que había preparado a algunos de los ataques anónimos del otro bando, frecuentes en esos momentos álgidos de la pelea; en su respuesta del 11 de mayo Newton corregía uno de los párrafos de la carta de Keill del siguiente modo: «Nosotros no disputamos sobre la antigüedad de los símbolos que para las fluentes, fluxiones, momentos, sumas y diferencias fueron usados por los señores Newton y Leibniz, no siendo ellos necesarios para el método y estando, además, sujetos a cambios. Y todavía el símbolo $\boxed{\frac{aa}{64x}}$ usado por el señor Newton en su análisis para fluentes o sumas es mucho más viejo que el símbolo $\int \frac{aa}{64x}$ usado por el señor Leibniz en el mismo sentido» [NC VI, 1976: 129]. En cuanto al símbolo *o* para el momento, hacia diciembre de 1664, Newton ya usaba esta notación para los infi-

aquí el área como una fluente y la ordenada por su fluxión. Cuando Newton está demostrando una proposición, usa la letra *o* para indicar un momento finito de tiempo, o de su exponente, o de cualquier cantidad fluyendo uniformemente, y realiza todo el cálculo según la geometría de los antiguos, sin aproximación alguna, con dibujos y esquemas finitos de manera que tan pronto como el cálculo culmina, y la ecuación es reducida, supone que el momento *o* decrece infinitamente hasta desvanecerse. Aunque cuando Newton no está demostrando sino simplemente investigando una proposición, supone que el momento *o* es infinitamente pequeño, para avanzar más rápido y no tener que escribirlo, y usa toda clase de aproximaciones cuando comprende que no producirán errores en la conclusión. Un ejemplo de lo primero se tiene al final de su compendio, cuando demuestra la primera de las tres reglas expuestas al principio del libro. Ejemplo de lo segundo se tiene en el mismo compendio, cuando en la página 15 encuentra la longitud de las líneas curvas, y cuando en las páginas 18 y 19 encuentra las ordenadas, áreas y longitudes de las curvas mecánicas. En la página 19, Newton dice cómo, por el mismo método, se pueden dibujar tangentes a las curvas mecánicas. Y en su carta del 10 de diciembre de 1672, añade que los problemas sobre la curvatura de curvas geométricas o mecánicas se resuelven por el mismo método. De donde es manifiesto que Newton había extendido entonces el método a los segundos y terceros momentos, porque cuando las áreas de las curvas son consideradas como fluentes —como es lo usual en el *Analysis*—, las ordenadas expresan la primera fluxión, las tangentes se obtienen usando la segunda fluxión y las curvaturas por la tercera. Así, cuando en la página 16 del *Analysis* el señor Newton dice *la superficie es el*

---

nitesimales; la había comenzado a usar en septiembre del mismo año en unos trabajos sobre óptica geométrica. Después la usó en el tratado de fluxiones de octubre de 1666 y, algo más tarde en el *De Analysi* y los tratados siguientes sobre el cálculo. El antecedente parece estar en las consideraciones de Jean de Beaugrand —hacia 1638— sobre el método de tangentes de Fermat —recuérdese que Fermat usaba la letra *E* para designar una cantidad infinitesimal, mientras que Descartes y Van Schooten usaron *e*—. Unos años después la notación *o* fue usada por James Gregory en su libro *Geometria pars universalis* publicado en Padua en 1668 [Whiteside I, 1967: 557, n. 21].

momento de los volúmenes, la línea el momento de la superficie y el punto el momento de la línea, es como si dijera que cuando los sólidos son considerados como fluentes entonces sus momentos son superficies, y los momentos de esos momentos (o momentos segundos) son líneas, y los momentos de esos momentos (o momentos terceros) son puntos, entendido esto en el sentido de Cavalieri. Y en sus *Principia Philosophiae*, donde con frecuencia considera líneas como fluentes descritas por puntos cuyas velocidades crecen o decrecen, las velocidades son las primeras fluxiones, y sus incrementos las fluxiones segundas. Y el problema, *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa,* se extiende para todas las fluxiones, como es manifiesto por los ejemplos de su solución publicados por el doctor Wallis en el tomo 2 de sus obras en las páginas 391, 392 y 396. Y en la proposición XVI del libro II de los *Principia*, llama diferencia segunda a la diferencia de momentos. Para poder hacerse una idea de la clase de cálculo que el señor Newton usaba en, o antes, del año 1669 cuando escribió este compendio de su *Analysis*, reproduciré aquí su demostración de la primera de las reglas mencionadas antes.[13]



Sean pues $AB = x$ base de una curva cualquiera $AD\delta$, la aplicada en perpendicular $BD = y$ y el área $ABD = z$ como antes. Sean asimismo $B\beta = o$, $BK = v$, y el rectángulo $B\beta HK[ov]$, igual en espacio a $B\beta\delta D$.

Luego $A\beta = x + o$, y $A\delta\beta = z + ov$. Esto por delante, busco y a partir de la relación entre x y z asumida arbitrariamente del modo que verás en lo que sigue.

Se asume a discreción que $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$, ó $\frac{4}{9}x^3 = zz$.[14] Susti-

13. La traducción de lo que sigue se ha tomado de [Newton, 2003: 55-57].

14. Como ya se dijo, la notación actual para las potencias de exponente natural, esto es, escribir para el producto de *n* veces *a*, se remonta a Descartes, que la introdujo en su *Géométrie* [Descartes, 1637]. Sin embargo, el mis-

tuidos entonces x por $x + o(A\beta)$ y z por $z + ov(A\delta\beta)$, aparecerá (por la naturaleza de la curva) $\frac{4}{9}(x^3 + 3x^2 o + 3xo^2 + o^3) = z^2 + 2zov + o^2v^2$.

Y quitados los iguales ($\frac{4}{9}x^3$ y zz), y divididos los restantes por o, queda $\frac{4}{9}(3x^2 + 3xo^2 + o^2) = 2zv + ov^2$.

Si suponemos ahora disminuir $B\beta$ hasta infinito y desvanecerse, o ser nada o, serán iguales v e y, y los términos multiplicados por o se desvanecen, razón por la cual quedará $\frac{4}{9} \times 3xx = 2zv$, ó $\frac{2}{3}xx(= zy) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}y$, ó $x^{\frac{1}{2}}\left(= \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}}\right) = y$.

Y por lo cual, al contrario, si $x^{\frac{1}{2}} = y$ sería $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$.

O, en general, si $\frac{n}{n+m} \times ax^{\frac{m+n}{n}} = z$; o lo que es igual, poniendo $\frac{na}{m+n} = c$ y $m + n = p$, si $cx^{\frac{p}{n}} = z$ o lo que es igual $c^n x^p = z^n$, entonces, sustituyendo x por $x + o$ y z por $z + ov$ (o lo que es igual, por $z + oy$) aparecerá $c^n(x^p + pox^{p-1}$, &c.) $= z^n + noyz^{n-1}$, &c., omitidos precisamente los restantes términos que al cabo desaparecerían. Quitados ahora los iguales c^nx^p y z^n, y divididos por o los restantes, queda

$$c^npx^{p-1} = nyz^{n-1}\left(\frac{nyz^n}{z} = \frac{nyc^nx^p}{cx^{\frac{p}{n}}}\right)$$

mo Descartes prefirió escribir *aa* por a^2, aunque Van Schooten en su versión en latín de la *Géométrie* [Descartes, 1649] escribió generalmente a^2 por *aa*. La notación *aa* fue también usada por Huygens, Wallis, Newton, Euler y aun por Gauss —alegaba que a^2 no ocupaba menos espacio que *aa* y, por tanto, no alcanzaba el principal objetivo de un símbolo—, frente a Leibniz, D. Gregory, o Pascal que preferían a^2 [Cajori I, 1928: 349] —sobre el uso de exponentes negativos, fraccionarios o literales, véase una nota anterior.

O dividiendo por $c^n x^p$, será $px^{-1} = \frac{ny}{cx^{\frac{p}{n}}}$ o $pcx^{\frac{p-n}{n}} = ny$; o restituyendo $\frac{na}{m+a}$ en el lugar de c y $m + n$ en el de p, esto es, m en el lugar de $p - n$ y na en el de pc, se hará $ax^{\frac{m}{n}} = y$. Razón por la que, al contrario, si $ax^{\frac{m}{n}} x = y$ sería $\frac{n}{m+a} ax^{\frac{m+n}{n}} = z$. Q.E.D.[15]

15. En este ejemplo Newton ilustra cómo la velocidad de variación del área que encierra una curva es igual a dicha curva; lo que traducido a términos actuales quiere decir que la derivada de la integral indefinida de una función es dicha función. En otras palabras, tenemos delante el primer ejemplo de la historia de aplicación del teorema fundamental del cálculo para determinar el valor de una integral: para calcular el área de $x^{\frac{1}{2}}$ (o, en general, $x^{\frac{m}{n}}$), Newton ha encontrado una función que al derivar dé $x^{\frac{1}{2}}$. En palabras de Carl B. Boyer: «Tenemos aquí una expresión para el área a la que se ha llegado no determinando la suma de áreas infinitesimales, no a través de algún método equivalente como los usados por los predecesores de Newton desde Antifón hasta Pascal. En vez de eso, fue obtenida considerando el incremento momentáneo del área en el punto en cuestión. En otras palabras, si los métodos de cuadraturas previos habían sido encontrados por la equivalencia de la integral definida con los límites de sumas, Newton aquí determina, primero la velocidad de cambio del área, y entonces de aquí encuentra el área misma por lo que nosotros hoy llamaríamos la integral indefinida de la función que representa la ordenada. Debe ser señalado que, más aún, el proceso que se muestra como fundamental en esta proposición es la determinación de las velocidades de cambio. En otras palabras, lo que hoy llamaríamos derivada es tomado como idea básica, mientras la integral es definida en términos de ésta. Los matemáticos, desde los tiempos de Torricelli a Barrow, en cierto sentido habían conocido tal relación, pero Newton fue el primer hombre en darle un proceso general de aplicación para determinar una velocidad instantánea de cambio e invertirlo en el caso de problemas relativos a sumas» [Boyer, 1959: 191-192]. Lo que ha explicado Boyer en su cita lo hizo explícito Newton en el tratado sobre fluxiones de octubre de 1666, cuando estableció que la proposición 8 —cálculo de integrales, en términos actuales— era la inversa de la 7 —cálculo de derivadas—; «éste fue el concepto final de cuadratura para Newton», interpretó Westfall, «la operación de cuadrar el área bajo una curva es inversa de la operación de encontrar la razón entre velocidades» [Westfall, 1983: 136]. Las investigaciones que le llevaron a descubrir el teorema fundamental del cálculo se remontan a la primavera de 1665 —agitado por lo que estaba descubriendo empezó a ser, en palabras de Westfall, *un ex-*

De la misma manera, la segunda regla puede ser también demostrada. Y si se supone que una ecuación cualquiera expresa la relación entre la abcisa y el área de una curva, la ordenada puede ser encontrada del mismo modo, como se dice en las palabras que siguen a lo anterior en el *Analysis*. Y si se pone esta

---

traño para su cama— y la primera inspiración se la pudo dar el proceso general de rectificación de curvas de Van Heuraet que Van Schooten publicó en su segunda edición latina de la *Géométrie* de Descartes (1659-1661) que Newton estudió en sus años de formación. La secuencia del descubrimiento se puede seguir en la edición de los manuscritos de Whiteside en [Newton I, 1967: **2**, 2 y 5 §1 a §4] —aquí hay una discrepancia en la datación de los manuscritos entre Whiteside y Westfall: véase [Westfall, 1983: 123, n. 40]—; son interesantes los comienzos de la investigación estudiando los casos particulares de la hipérbola $y = \frac{a^2}{x}$, y después $y = \frac{a^3}{x^2}, \frac{a^4}{x^3}$, e $y = \frac{a^5}{x^4}$ [Newton I, 1967: 228-232], o «la única demostración del teorema fundamental del cálculo que Newton ofreciera», Westfall *dixit* [Westfall, 1983: 127]: reducida a las curvas $z = \frac{x^3}{a}$ e $y = \frac{3x^2}{a}$ [Newton I, 1967: 302-304], aunque con cierto valor de generalidad. Conviene comparar la demostración de Newton con la que dio Barrow en sus *Lectiones geometriae* —véase [Durán, 1996: 122-126], o [González Urbaneja, 1992: 214-215]—; Newton conoció bien esta demostración, pues revisó las *Lectiones* de Barrow en 1669 antes de que fueran a la imprenta, aunque no hizo ninguna modificación en la Lección X, como sí hizo en algunas otras. La demostración de Barrow es exclusivamente geométrica, válida para curvas monótonas, y usa el viejo concepto griego de tangente como recta que toca a la curva en un solo punto. Al comparar la demostración de Newton y la de Barrow —más profunda y general la de este último—, surge la pregunta de por qué Barrow no descubrió el cálculo: ¿qué le faltó para descubrirlo? Entonces caemos en la cuenta de que esto fue, nada más y nada menos, que pasar del problema concreto del cálculo de tangentes al más general del cálculo de la variación de una función —esto es, sintetizar el concepto de fluxión de Newton, o el, ligeramente diferente, de diferencial de Leibniz— y desarrollar un método algorítmico para este cálculo —las reglas de la derivación—. Pero, para hacer esto, Barrow necesitaba la geometría analítica para evolucionar, al manejar las curvas —objetos geométricos— mediante fórmulas —objetos algebraico-analíticos—, del problema de tangentes a curvas, al problema de derivadas de funciones —que diríamos hoy—; el tratamiento algebraico era también imprescindible para el desarrollo de las reglas de derivación. Por otro lado, sin haber reducido el proceso de cálculo de tangentes —derivación— a un método algorítmico de fácil uso y con posibilidades de ser invertido —lo que hoy llamamos cálculo de primitivas—, de poco ayudaba saber que los problemas de tangentes y cuadraturas son inversos; por esto Barrow no calibró la importancia esencial del resultado que había demostra-

ordenada multiplicada por la unidad para el área de una curva, la ordenada de esta nueva curva puede ser encontrada por el mismo método, y así se puede proceder una y otra vez. Y estas ordenadas representan la primera, segunda, tercera, cuarta y siguientes fluxiones de la primera área. Ésta era la manera de proceder del señor Newton en aquellos días en que escribió este compendio de su *Analysis*. Y el mismo método usó en su Libro de Cuadraturas y sigue usando todavía hoy.

Entre los ejemplos con los que ilustra el método de series y momentos contenidos en su compendio, están éstos: sea un círculo de radio *1*, y sea el arco z, y el seno x, las ecuaciones para encontrar el arco cuyo seno es dado, y el seno cuyo arco es dado, serán

$$z = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1.152}x^9 + \&c.$$

$$x = z - \frac{z^3}{6} + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5.040}z^7 + \frac{1}{362.880}z^9 + \&c.$$

El señor Collins informó al señor Gregory de este método en otoño de 1669, y el señor Gregory, con ayuda de una de las series del señor Newton y después de un año de estudio, descubrió el método en diciembre de 1670. Usándolo, encontró varios teoremas que envió al señor Collins dos meses después, en una carta fechada el 15 de febrero de 1671, con el permiso de comunicarlos a su libre entender. Y, en efecto, el señor Collins se mostró muy liberal a la hora de comunicar lo que había recibido de los señores Newton y Gregory, como se desprende de sus cartas impresas en el *Commercium*. Entre las series que el señor Gegrory envió en la dicha carta están éstas dos: sea r el radio de un círculo, a el arco y t la tangente; las ecuaciones para encontrar el arco dada la tangente y la tangente dado el arco serán éstas

do. A Barrow no le gustaba la algebrización de la geometría de Fermat y Descartes, franceses ambos, lo que acabó costándole la paternidad del cálculo —sobre el teorema fundamental del cálculo y su relación con la cuestión de cuándo se considera que nació realmente el cálculo infinitesimal véase [Whiteside, 1960-2: cap. XI].

$$a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^5} + \frac{t^9}{9r^8} - \&c.$$

$$t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{62a^9}{2.835r^8} + \&c.$$

En ese año (1671) el señor Leibniz publicó dos tratados en Londres, uno dedicado a la *Royal Society* y otro a la Academia de Ciencias de París. En la dedicatoria del primero mencionó su correspondencia con el señor Oldenburg. En febrero de 1672/3, en un encuentro con el doctor Pell y el señor Boyle, Leibniz reclamó para sí el método diferencial de Mouton. Y a pesar de que el doctor Pell quiso hacerle ver que ése era el método de Mouton, Leibniz persistió en mantener que era de su propia invención, por la sola razón de que él lo había deducido sin conocer antes lo que había hecho Mouton y lo había, además, mejorado bastante.[16]

El señor Gregory menciona en su carta de fecha 19 de diciembre de 1670 que, usando una combinación apropiada de sus series, trató de deducir una de las que el señor Newton le había enviado. Por uno de tales métodos, el señor Leibniz, antes de dejar Londres, parecía haber encontrado la suma de una serie de fracciones, decreciendo *in infinitum*, cuyo numerador común es un número dado y los denominadores son números triangulares o piramidales o triángulo-triangulares, etc. ¡Véase el misterio! Empezando con la serie

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \&c.$$

restamos todos los términos menos el primero (o sea $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \&c.$) quedará $1 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \,\&c. = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \&c.$

16. Sobre el incidente de Leibniz con Pell véase el estudio preliminar.

Y si de esta serie se restan todos los términos menos el primero quedará

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{1 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \frac{2}{4 \times 5 \times 6} + \&c.$$

Y si de la primera serie restas todos los términos menos los dos primeros quedará $\frac{3}{2} = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{4 \times 6} + \&c.$

Al final de febrero o marzo de 1672/3, el señor Leibniz fue de Londres a París y prosiguió su correspondencia con los señores Oldenburg y Collins. En julio de 1674, escribió que tenía un hermoso teorema por el que se obtenía exactamente el área de un círculo, o de cualquier sector del mismo, mediante una serie de números racionales. El siguiente octubre dijo que había calculado la circunferencia de un círculo mediante una serie de números muy sencillos, y que por el mismo método —así llamaba al susodicho teorema— cualquier arco cuyo seno fuera dado podría ser encontrado mediante una serie, aun sin conocer la proporción con la circunferencia entera. Así pues, su teorema no hacía otra cosa que encontrar el sector o el arco conociendo el seno. Si la proporción del arco a la circunferencia completa no fuera conocida, el teorema o método le permitiría encontrar sólo el arco, mientras que si éste fuera conocido podría también encontrar la circunferencia completa. Así pues, esto no era otra cosa que el primero de los dos teoremas del señor Newton antes mencionados. Pero el señor Leibniz no podía tener la demostración de este teorema, toda vez que en su carta del 12 de mayo de 1676 le pedía al señor Oldenburg que, a través del señor Collins, le procurara una demostración; en otras palabras, pedía el método por el que el señor Newton lo había descubierto. En una carta escrita por el señor Collins y fechada el 15 de abril de 1675, el señor Oldenburg envió al señor Leibniz ocho de las series de los señores Newton y Gregory, entre las que estaban las dos series del señor Newton antes mencionadas, para encontrar el arco conociendo el seno y el seno conociendo el arco, y las otras dos del señor Gregory, para encontrar el arco conociendo la tangente y la tangente conociendo el arco. El señor Leibniz en su respuesta del 20 de mayo de 1675 acusa recibo de la carta con estas palabras: «He recibido su car-

ta, llena de tantos resultados de álgebra, por lo que quedo agradecido a usted y al muy docto Collins. Pero, habiendo estado ocupado con suma frecuencia en cuestiones de mecánica, no he encontrado tiempo de comparar esas series con las mías. En cuanto pueda, le enviaré mi opinión al respecto: pues hace algunos años que las encontré utilizando un camino bastante singular».

El señor Leibniz nunca ha reconocido después haber recibido esas series, ni ha explicado en qué difieren las suyas de ésas, ni ha descubierto ninguna otra serie distinta de las recibidas del señor Oldenburg salvo alguna numérica que se deduce de ellas por ser un caso particular. Lo que hizo con la serie del señor Gregory que da el arco conociendo la tangente, el propio Leibniz nos lo cuenta en la página 178 de las *Acta Eruditorum* del mes de abril de 1691, donde dice: «Ya en el año 1675 había compuesto un opúsculo sobre la cuadratura aritmética que dejé leer a mis amigos de entonces». El motivo de su opúsculo fue, precisamente, una demostración de dichas series que Leibniz había encontrado por entonces usando un teorema para transformar figuras, como esos debidos al doctor Barrow y al señor Gregory. Pero todavía carecía de una demostración para los restantes resultados, y encontrando una excusa para procurarse lo que no tenía, escribió al señor Oldenburg la siguiente carta fechada en París el 12 de mayo de 1676: «A través de Georg Morh, un nativo de Dinamarca, muy versado en geometría y análisis, hemos sabido lo que el doctísimo Collins le había comunicado una expresión de la relación entre el arco y el seno por medio de las siguientes series infinitas, si escribimos x para el seno, z para el arco, y la unidad para el radio:

$$»z = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1.152}x^9 + \&c.$$

$$»x = z - \frac{z^3}{6} + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5.040}z^7 + \frac{1}{362.880}z^9 - \&c.$$

»Y, digo, puesto que nos ha hecho llegar estas muy ingeniosas series, la última de las cuales tiene una rara elegancia, estaré muy agradecido, ilustre señor, si me enviara las demostra-

ciones. Yo le enviaría entonces mis propias ideas sobre este asunto, muy diferentes de éstas, acerca de las que, creo recordar, le escribí por extenso hace algunos años, aunque sin incluir una demostración, que estoy ahora elaborando. Por favor, salude de mi parte al ilustre Collins que fácilmente le proveerá de materia para satisfacer mi deseo».

Aquí, al usar la palabra *inquam* (digo) Leibniz parece sugerirle a uno que nunca había visto estas dos series antes, y al escribir *mis propias ideas, muy diferentes de éstas*, da a entender que sus hallazgos son algo más que una de las series que había recibido del señor Oldenburg el año antes, y su demostración, que entonces pulía para convertir ese regalo en una recompensa digna del método del señor Newton.

Al recibir esa carta, los señores Oldenburg y Collins escribieron de forma apremiante al señor Newton, siendo su deseo que Newton describiera su propio método a fin de comunicárselo al señor Leibniz. En vista de lo cual el señor Newton escribió la carta fechada el 13 de junio de 1676, describiendo allí el método de series tal y como lo había ya hecho en el compendio antes mencionado[17] salvo con la siguiente diferencia: en la carta describió en detalle la reducción a una serie de la potencia de un binomio quedando apenas esbozada la reducción por división y extracción de raíces afectadas, mientras que en el compendio describió detalladamente la reducción a series de fracciones y radicales por división y extracción de raíces, indicando sólo los dos primeros términos de la serie a la que la potencia de un binomio puede ser reducida. Entre los ejemplos incluidos en la carta estaban la serie para encontrar el número conociendo el logaritmo, y el seno verso conociendo el arco. Esta carta fue enviada a París el 26 de junio de 1676 junto con un manuscrito del señor Collins que contenía algunos extractos de cartas del señor James Gregory.

Al morir el señor Gregory al final del año 1675, el señor Collins, a requerimiento del señor Leibniz y algunos otros miembros de la Academia de Ciencias, preparó extractos de las cartas de Gregory; la colección, de puño y letra del señor Collins, se conserva todavía bajo el título *Extractos de las cartas del señor*

17. Se refiere aquí Newton al *De Analysi.*

Gregory para ser prestadas al señor Leibniz para su lectura detallada, con el ruego de su devolución. Y que las cartas fueron enviadas es afirmado por el señor Collins en su carta al señor David Gregory, hermano del fallecido, fechada el 11 de agosto de 1676, y confirmado por las respuestas al respecto de los señores Leibniz y Tschirnhaus.[18]

La respuesta del señor Leibniz dirigida al señor Oldenburg y fechada el 27 de agosto de 1676 empieza así: «La carta de usted del 26 de julio contiene cosas más numerosas y memorables acerca del análisis que en los varios densos volúmenes publicados sobre esta materia. Agradezco a usted y a los ilustres señores Newton y Collins, por haberme participado meditaciones tan egregias». Y hacia el final de la carta, después de haber comentado el contenido de la carta del señor Newton, continúa así: «Paso ahora a tratar otros asuntos de su carta que el muy docto Collins no tuvo inconveniente en comunicarme. Desearía que agregase la demostración de la aproximación lineal de Gregory. Él fue, en verdad, muy apto para hacer progresar este tipo de estudios».[19] La respuesta del señor Tschirnhaus, fechada el 1 de septiembre de 1676, después de haber comentado la carta del señor Newton sobre series, concluye así: «Las dichas soluciones que el eximio geómetra Gregory produjo en esta materia

18. Newton se refiere aquí a la *Historiola,* la extensa carta —cincuenta páginas— que sobre los resultados de Gregory redactó Collins para Leibniz. Según se comentó en una nota anterior, Oldenburg consideró que la carta daba demasiada información a Leibniz y solicitó a Collins que la condensara; fue esta carta condensada —el *Abridgment*: seis páginas— lo que Oldenburg envió a Leibniz y Tschirnhaus.

19. Las citas están tomadas de la carta que Leibniz envió en respuesta a la *Epistola prior* de Newton. La carta de Leibniz comienza explicando que acaba de recibir —el día de antes— el envío de Oldenburg que le llegó con mucho retraso —según se contó en el estudio preliminar—; lo que significa que Leibniz tardó horas en contestarle a Newton. La explicación que da Leibniz del retraso en recibir la carta antecede justo la primera cita que Newton incluye de esa carta y no aparecía tampoco en el extracto de la carta de Leibniz que se incluyó en el *Commercium Epistolicum.* La razón la encontrará el lector un poco más adelante: Newton acusará a Leibniz de haber dispuesto de varias semanas para estudiar el contenido de la *Epistola prior* y preparar la respuesta; era pues conveniente suprimir del texto toda referencia a cuándo había recibido realmente Leibniz la *Epistola prior.*

deben ser recordadas. Y harán un excelente servicio a su fama aquellos que trabajan denodadamente por publicar los manuscritos que dejó tras su muerte». El señor Tschirnhaus repasó superficialmente la carta de Newton, según nos dice en la primera parte de su carta donde habla de la serie de Newton, por ver si podía encontrar la serie del señor Leibniz para cuadrar el círculo o la hipérbola. Si la hubiera buscado en los extractos de las cartas de Gregory la habría encontrado en la carta del 15 de febrero de 1671 antes mencionada. El manuscrito de estos extractos que contiene la carta, del puño y letra del señor Collins, todavía se conserva.

Y así, el señor Leibniz había recibido ya dos veces la serie en cuestión a través del señor Oldenburg, cuando en su carta del 27 de agosto de 1676, la devolvió en forma de recompensa para el señor Newton, con la pretensión de haberla comunicado a sus amigos de París tres años antes o así; esto es, dos años antes de haberla recibido en la carta del señor Oldenburg del 15 de abril de 1675, cuando aún no la reconocía como suya según consta en su respuesta, ya mencionada, del 20 de mayo de 1675. Podría haber conseguido esta serie en Londres y haberla comunicado a sus amigos en París cerca de tres años antes de enviársela de vuelta al señor Oldenburg, pero no parece que dispusiera por entonces de una demostración. Cuando encontró la demostración, compuso su opúsculo, comunicándola también a sus amigos. Y él mismo nos ha dicho que eso fue en el año 1675. Pero lo que está obligado a demostrar es que tenía esta serie antes de recibirla del señor Oldenburg, porque en su respuesta al señor Olderburg no reconoció como propia ninguna de las series que entonces le enviaban y ocultó a los caballeros de París que las había recibido del señor Oldenburg, junto con otras más, y que las había visto en una carta en la que el señor Gregory las había enviado al señor Collins al principio del año 1671.

En la misma carta del 27 de agosto de 1676, después de que el señor Leibniz hubiera descrito su cuadratura del círculo y la hipérbola equilátera, añadía: «De manera recíproca, de la serie de regresiones para la hipérbola he encontrado que si $1 - m$ es un número menor que la unidad y l denota su logaritmo hiperbólico, entonces será

$$»m = \frac{1}{1} - \frac{1^2}{1 \times 2} + \frac{1^3}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1^4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \&c.$$

»Si, en cambio, el número es mayor que la unidad, digamos $1 + n$, entonces la regla que uso para hallarlo, y que Newton expresa en su carta, es

$$»n = \frac{1}{1} + \frac{1^2}{1 \times 2} + \frac{1^3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1^4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \&c.$$

»[...] Respecto de la regresión obtenida de los arcos, yo mismo habría descubierto directamente la regla que da el seno del complemento conocido el arco; así, el seno del complemento será $= \frac{1}{1} - \frac{a^2}{1 \times 2} + \frac{a^4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} - \&c.$

Pero después también descubrí que de esa serie se podía demostrar la que Collins nos había comunicado para determinar el seno, esto es

$$\frac{a}{1} - \frac{a^3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{a^5}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} - \&c.»$$.

Así, el señor Leibniz se adjudica la co-invención de estas cuatro series, aun cuando el método para encontrarlas le fue enviado a requerimiento propio, y todavía parecía no entenderlo por cuanto en esa misma carta del 27 de agosto de 1676 le solicita al señor Newton explicaciones adicionales. Sus palabras son: «Pero me gustaría que el ilustre Newton ampliara la explicación de algunas de estas cosas, tal como el origen del teorema que da al principio y, también, la forma en que encuentra las cantidades *p, q, r* en sus operaciones y, finalmente, cómo opera con el método de regresiones como cuando encuentra un número conocido su logaritmo, porque no explica cómo esto se deriva de su método». Y todavía más, pretende haber encontrado dos series para hallar un número dado su logaritmo cuando en esa misma carta le está pidiendo al señor Newton que le explique el método para hallar esas mismísimas dos series.

Cuando el señor Newton recibió esta carta, contestó que le había enviado al señor Leibniz las cuatro series ya que las dos primeras eran, en realidad, la misma serie donde la letra *l* fue usada para el logaritmo con su signo + ó –, mientras que la ter-

cera no era sino el exceso del radio sobre el seno verso, cuya serie ya le había sido enviada. Después de lo cual el señor Leibniz dejó de reclamar para sí la co-invención de las mismas. El señor Newton, en esa misma carta fechada el 24 de octubre de 1676, explicaba también su método de regresión tal y como el señor Leibniz había solicitado. Solicitud de más explicación que el señor Leibniz volvió a hacer en su carta del 21 de junio de 1677, aunque poco después, el 12 de julio de 1677, tras leer una segunda vez la carta del señor Newton informó de que al fin comprendía y que, más aún, consultando sus notas antiguas se había percatado de que él mismo había usado uno de los métodos de regresión del señor Newton, aunque el caso donde por casualidad lo había usado no había producido nada elegante, por lo que guiado por su habitual impaciencia no lo había vuelto a usar. De manera que el señor Leibniz tenía varias series directas, y se supone que también un método para encontrarlas, antes de que inventara y olvidara el método inverso. De haber consultado sus notas antiguas más diligentemente, el señor Leibniz tal vez hubiera encontrado su método allí; así, debió ser por haberse olvidado de sus propios métodos que escribió interesándose por los del señor Newton.

El señor Newton, tras explicar en su carta fechada el 13 de junio de 1676 su método de series, añadió: «De aquí se echa de ver cuántos fines del análisis se amplían mediante ecuaciones infinitas de ese género: como que yo diría que por beneficio suyo se extiende lisa y llanamente a todos los problemas —si se excluye los números diofánticos y similares—. No obstante, no siempre resulta universal, como no sea por algún método ulterior de elicitar series infinitas. Pues hay en verdad ciertos problemas que no admiten que se llegue a dar con series infinitas mediante división o extracción de raíces simples o afectadas. Mas cómo se haya de proceder en tales casos, no ha lugar para decirlo ahora; como tampoco de trasladar aquí algunas otras cosas que en otro tiempo excogitara en torno a la reducción de series infinitas a finitas, donde la naturaleza de la cosa lo permitiere. Dejo escrito pues, más parcamente, que esas especulaciones empezaron a serme a tal punto fastidiosas como para que me abstuviera de ellas casi cinco años».

A esto el señor Leibniz en su carta del 27 de agosto de 1676

contestó: «Lo que usted parece decir de que las mayores dificultades —problemas diofánticos aparte— se reducen a series infinitas, no acabo de verlo. Porque hay muchos problemas, en tal grado maravillosos y complicados que no dependen ni de ecuaciones ni de cuadraturas como por ejemplo —entre otros muchos— los problemas inversos de tangentes».

Y el señor Newton en su carta del 24 de octubre de 1676 replicó: «Cuando dije que casi todos los problemas se podían resolver, quise referirme especialmente a aquellos acerca de los cuales los matemáticos se habían ocupado o, al menos, aquellos en los que usando argumentos matemáticos se puede ganar algo de terreno. Porque, por supuesto, uno podría imaginar otros tan afectados por condiciones complicadas que no pudiéramos entenderlos correctamente, y mucho menos soportar la carga de los enormes cálculos que requieren. De todas maneras, no me parece haber exagerado mucho cuando dije que los problemas inversos de tangentes quedan a nuestro alcance, incluso otros más difíciles que ésos, y para resolverlos he usado dos métodos de los cuales uno es más elegante y el otro más general. Aquí prefiero dejar constancia de ellos mediante letras transpuestas, no vaya a tener que cambiar mis planes caso de que otros obtengan el mismo resultado: 5accdae10effh etc.», esto es, *un método que consiste en extraer una cantidad fluente de una ecuación donde a la vez aparece su fluxión; otro asumiendo una serie para cualquier cantidad, de donde el resto pudiera ser convenientemente derivado, y considerando los términos homogéneos de la ecuación resultante para dilucidar los términos de la supuesta serie.*[20] Las dos cartas del señor Newton muestran que por entonces —o, más aún, cinco años antes—, ya había encontrado la manera de reducir los problemas a ecuaciones fluxionales y series convergentes; en cambio, la respuesta del señor Leibniz a la primera de esas cartas muestra que ciertamente éste no había encontrado por entonces la reducción de problemas a ecuaciones diferenciales o series convergentes.

Y esto mismo es también manifiesto de lo que el señor

20. Éste es el segundo de los anagramas que Newton incluyo en la *Epistola posterior*. Como se escribió en el estudio preliminar, la solución la explicó Newton en el tomo II de las *Opera* de Wallis aparecido en 1693.

Leibniz escribió en las *Acta Eruditorum* del año 1691 sobre esta materia. «Ya en el año 1675», dijo, «había compuesto un opúsculo sobre la *Cuadratura aritmética*, que dejé leer a los amigos de entonces; pero, aunque la materia me crecía entre las manos, no tuve tiempo de preparar la edición preocupado por otras ocupaciones que se me superponían, visto además que no me parece sea de valor exponer más prolijamente *vulgari more* las cosas que nuestro análisis presenta en pocos términos».

Esta cuadratura compuesta *vulgari more*, la empezó Leibniz a comunicar en París el año 1675. Al año siguiente estaba puliendo la demostración para enviársela al señor Oldenburg en recompensa por el método del señor Newton, como le escribió el 12 de mayo de 1676. De acuerdo con esto, en su carta del 27 de agosto de 1676, el señor Leibniz la envió compuesta y pulida *vulgari more*. El invierno siguiente, regresó a Alemania a través de Inglaterra y Holanda, para dedicarse a los asuntos públicos, no encontrando tiempo libre para prepararla para la imprenta, ni pensando que fuera de valor explicar estas cosas prolijamente más allá del modo vulgar y breve que su nuevo análisis presentaba. La consecuencia es que descubrió este nuevo análisis después de su regreso a Alemania y, por tanto, no antes del año 1677.

A la misma conclusión se llega considerando lo siguiente. El doctor Barrow publicó su método de tangentes en el año 1670. El señor Newton, en su carta fechada el 10 de diciembre de 1672, comunicaba su método de tangentes al señor Collins y añadía: «Esto es un caso particular o, mejor, un corolario de un método general que se extiende sin cálculos difíciles, no sólo al trazado de tangentes de cualesquiera líneas curvas ya sean geométricas o mecánicas, o incluso otras líneas rectas relativas a otras curvas, sino para resolver también otras clases de problemas más abstrusos sobre curvaturas, áreas, longitudes, centros de gravedad, etc. No está limitado —como el método de máximos y mínimos de Hudde— a ecuaciones libres de cantidades irracionales. He entrecruzado este método con ese otro que reduce las ecuaciones a series infinitas».[21] El señor Sluse envió al

21. Newton insistirá a lo largo de todo el *Account* en la importancia que esta carta tuvo a la hora de enseñarle a Leibniz sus métodos de cálculo, hasta

señor Oldenburg, el 17 de enero de 1672/3, su método de tangentes, que resultó ser el mismo que el del señor Newton y que fue publicado poco después en las *Transactions*. Estaba basado en tres lemas, de los que el primero es éste: *la diferencia de dos potencias de igual grado, dividida por la diferencia de las bases, da la suma de los términos de un grado inferior a las potencias dadas obtenidos al multiplicar de dos en dos las bases, como*

$$\frac{y^3 - x^3}{y - x} = yy + yx + xx.$$

Esto es, en la notación del señor Leibniz $\frac{dy^3}{dy} = 3yy$. Una copia de la carta del señor Newton del 10 de diciembre de 1672 le fue enviada al señor Leibniz por el señor Oldenburg entre los documentos del señor Gregory y junto con la carta del señor Newton del 13 de junio de 1676. El señor Newton describía en estas dos cartas que su método de análisis general consistía en parte en su método de series convergentes, en parte en otro método por el que estas series se aplicaban a la solución de casi todos los problemas —excepto quizá algunos numéricos como los de Diofanto— encontrando las tangentes, las áreas, las longitudes, los volúmenes, los centros de gravedad y la curvatura de las curvas y de las figuras curvilíneas ya fueran éstas geomé-

---

el punto de equipararla a las *Epistolae prior* y *posterior* —al fragmento citado arriba se le llegó a bautizar como *la carta de la tangente* [NC I, 1959: 253, n. 3]—. Newton fue consciente de que en éstas sólo incluyó resultados sobre series infinitas y sus aplicaciones, mientras que en la carta que envió a Collins el 10 de diciembre de 1672 había una mención más explícita a su método de tangentes y a ese método general, aunque sin precisar mucho más allá de que aquél era un caso particular; de hecho, la carta aparece también citada en el informe que el comité de la *Royal Society* nombró para dictaminar sobre el *affair* Leibniz-Keill, allí se dice: *carta en la que el método de fluxiones estaba suficientemente descrito para cualquier persona inteligente*. Newton da por seguro en el *Account* —lo escribirá unos renglones más adelante y lo volverá a repetir en la página 198— que Leibniz recibió una copia de su carta del 10 de diciembre de 1672 en la primera mitad del año 1676, junto con los extractos de cartas de James Gregory que Collins prometió enviarle. Esto no fue, sin embargo, así: de la carta de Newton, Collins no le envió a Leibniz sino unas pocas y confusas líneas que de nada le podían valer —lo que no se supo hasta un siglo después—. Leibniz sí vio la carta de Newton, y tomó notas de ella, cuando visitó a Collins en octubre de 1676 en su paso por Londres camino de Alemania.

tricas o mecánicas, sin detenerse ante cantidades irracionales. Añadía también que el método de tangentes de Sluse no era sino una rama o corolario de este otro método. El señor Leibniz, en su regreso a casa a través de Holanda, pensaba en la manera de mejorar el método de Sluse. Así, en una carta al señor Oldenburg datada en Amsterdam el 18/28 de noviembre de 1676, escribía esto: «El método de las tangentes publicado por Sluse no se ha agotado. En este campo puede hallarse algo más general que sirva para todo género de problemas: también para mi reducción de las ecuaciones en series —sin extracciones—. Ciertamente podría calcularse en poco tiempo una pequeña tabla para las tangentes, continuándola hasta donde se vea la progresión, para que cualquiera pudiera continuarla sin cálculo hasta donde guste». Ésta era la mejora del método de Sluse hasta convertirlo en método general sobre la que el señor Leibniz pensaba entonces. Sus palabras *En este campo puede hallarse algo más general que sirva para todo género de problemas,* parecen indicar que ésta era la única mejora que por entonces tenía en mente para extender el método y tratar toda suerte de problemas. La mejora usando cálculo diferencial no estaba todavía en su mente, y no lo estaría hasta el año siguiente.

El señor Newton en su carta fechada el 24 de octubre de 1676 menciona el *Analysis* enviado por el doctor Barrow al señor Collins en el año 1669 y también otro tratado, escrito en 1671, sobre series convergentes y sobre otro método, similar al de Sluse, para calcular tangentes, que permitía determinar los máximos y mínimos y calcular fácilmente la cuadratura de las curvas, sin importar los radicales, y descubrir series que en ciertos casos terminaban y permitían la cuadratura de las curvas mediante un número finito de ecuaciones. Y el fundamento de estas operaciones lo incluyó en una frase expresada en forma de enigma como antes: *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa.* De esta forma quedaba establecido, sin duda posible, que él había inventado el método de fluxiones antes de esa fecha. Y si se consideran otras cosas de las incluidas en esa carta, se comprobará que por entonces el señor Newton había llevado ese método a un elevado grado de perfección además de hacerlo de aplicación general; y que además ya entonces conocía las

proposiciones de su libro sobre cuadraturas, y los métodos para series convergentes y para dibujar líneas curvas dado cualquier número de puntos. Porque cuando el método de fluxiones no puede proceder mediante ecuaciones finitas reduce las ecuaciones a series convergentes por el teorema del binomio y extrayendo la fluente de las ecuaciones, comparezcan o no sus fluxiones. Y si no hay ecuaciones finitas, deduce las series convergentes de las condiciones del problema, asumiendo los términos de la serie gradualmente y determinándolos por esas condiciones. Y cuando son las fluentes las que tienen que ser deducidas de las fluxiones, y no se tiene la ley de las fluxiones, Newton encuentra esa ley *quam proxime*, trazando una línea parabólica por un número dado de puntos. Y debido a estas mejoras, el señor Newton había hecho en aquellos días su método de fluxiones mucho más universal que el método diferencial del señor Leibniz es ahora.

Esta carta del señor Newton, fechada el 24 de octubre de 1676, llegó a las manos del señor Leibniz al final del invierno o al principio de la primavera siguiente.[22] El señor Leibniz poco después, *viz* en una carta fechada el 21 de junio de 1677, contestó: «Estoy de acuerdo con el distinguido Newton que el método de tangentes del ilustre Sluse no ha sido todavía perfeccionado. Desde hace bastante tiempo he tratado el asunto de las tangentes de un modo más general usando las diferencias de las ordenadas [...] Llamando, de aquí en adelante, *dy* a la diferencia de dos *y* próximas etc.» Aquí, el señor Leibniz empezó por primera vez su propuesta de método diferencial y no hay la menor evidencia de que lo tuviera antes de haber recibido la última carta del señor Newton. Así, en efecto, decía *Desde hace bastante tiempo he tratado el asunto de las tangentes de un modo más general usando las diferencias de las ordenadas.* E igual afir-

22. Siguiendo la estrategia de demorar el tiempo que Leibniz se tomó en responder a sus cartas, tiempo que habría usado para estudiar y sacar partido de su contenido, Newton adelanta aquí la fecha en que Leibniz recibió su *Epistola posterior.* En realidad, Leibniz recibió esa carta en junio de 1677 y no *al final del invierno o principio de la primavera;* esto sabía Newton que era imposible pues, como se contó en el estudio preliminar, Collins informó al inglés el 5 de marzo de 1677 de que su carta del 24 de octubre todavía no le había sido remitida; en realidad no lo fue hasta el 2 de mayo.

mó en otras cartas que había descubierto varias series convergentes, tanto directas como inversas, antes de que tuviera el método para descubrirlas, y que había olvidado el método para invertir series antes de que se hubiera percatado del uso que podía darle. Pero ningún hombre puede ser testigo en su propio juicio. Un juicio que permitiera a un hombre ser testigo de su propia causa sería muy injusto y actuaría de forma contraria a las leyes de cualquier nación. Y así, es deber del señor Leibniz probar que había encontrado este método antes de haber recibido las cartas del señor Newton. Y si no puede probarlo, la cuestión ¿quién fue el primer inventor del método?, está decidida.

El marqués de L'Hospital —una persona de la mayor candidez—, en el prefacio de su libro *De analysi quantitatum infinite parvarun*, publicado en 1696, nos dice que «un poco después de la publicación del método de las tangentes de Descartes, el señor Fermat encontró también un método que Descartes mismo reconocía ser por mucho más simple que el suyo propio. Pero no fue, a la postre, tan simple como el que el señor Barrow desarrolló, considerando con más detalle la naturaleza de los polígonos que ofrece a la mente un pequeño triángulo, compuesto por una porción de la curva entre dos ordenadas infinitamente cercanas una de otra, por la diferencia de estas dos ordenadas y por las dos correspondientes abscisas. Y este triángulo es como el construido por la tangente, la ordenada y la subtangente, de manera que por una simple analogía, este último método evita todo el cálculo que se requería, ya sea en el método de Descartes o, antes, en este mismo método. Pero el señor Barrow no se detuvo aquí, e inventó también una suerte de cálculo propio de este método. Pero era necesario en su método, al igual que antes en el de Descartes, eliminar todas las fracciones y radicales para que fuera útil. Para remediar este defecto fue que el método del celebrado señor Leibniz fue presentado y este ilustrado geómetra empezó donde el señor Barrow y otros lo habían dejado. Su cálculo llevó a regiones antes desconocidas y allí hizo descubrimientos que dejaron atónito a los más capaces matemáticos de Europa, etc.» Hasta ahí llegó el marqués, que no había visto el *Analysis* del señor Newton, ni sus cartas del 10 de diciembre de 1672, 13 de junio de 1676 y 24 de octubre de

1676; desconociendo el marqués, por tanto, que el señor Newton había hecho todo esto y se lo había comunicado al señor Leibniz, bien podía reconocerle al señor Leibniz haber empezado donde el señor Barrow lo había dejado y, enseñando cómo aplicarlo sin detenerse ante fracciones ni irracionales, haber engrandecido el método de forma maravillosa. Y el señor James Bernoulli, en las *Acta Eruditorum* de enero de 1691, pág. 14, escribe así: «Quien comprenda el cálculo de Barrow —que en sus lecciones geométricas el autor dio en grandes rasgos y cuyos elementos están mezclados en la cantidad de proposiciones que contiene—, mal puede ignorar el [cálculo] descubierto por el señor Leibniz, porque este último está fundado sobre el anterior, y se distingue de éste por la notación diferencial y cierta simplificación en las operaciones».

Ahora, el doctor Barrow, en su método de tangentes, dibujó dos ordenadas indefinidamente cerca la una de la otra, y usó la letra *a* para la diferencia de las ordenadas y la letra *e* para la diferencia de las abscisas, y para dibujar la tangente dio estas tres reglas: «1. Mediante el cálculo», dijo, «elimino todos los términos donde existe una potencia de *a* o de *e,* o donde estas magnitudes están multiplicadas entre sí, porque, en efecto, estos términos nada valen. 2. Establecida así la ecuación, elimino todos los términos dados por expresiones constantes o determinadas, es decir, los que no tienen ni *a* ni *e*, porque en efecto, estos términos, puestos en un lado de la ecuación se anulan siempre. 3. Sustituyo *a* por la ordenada, y *e* por la subtangente». Hasta aquí Barrow.

Y el señor Leibniz en su carta del 21 de junio de 1677 antes mencionada, donde por primera vez empezó a proponer su método diferencial, seguía este método de tangentes exactamente, con la única salvedad de haber cambiado las letras *a* y *e* del doctor Barrow en *dx* y *dy.* Porque en el ejemplo que dio allí, dibuja dos líneas paralelas y coloca debajo de la línea inferior todos los términos en los que *dx* y *dy*, por separado o conjuntamente, son de dimensión mayor que uno, y sobre la línea superior todos los términos en los que no aparecen *dx* y *dy,* y por las razones dadas por el doctor Barrow, hace desaparecer todos estos términos. Y por los términos en los que *dx* y *dy* no son sino de dimensión uno, que había colocado entre las dos líneas, deter-

mina la proporción de la subtangente a la ordenada. Bien hizo el marqués de L'Hospital en señalar que donde el doctor Barrow lo había dejado empezó el señor Leibniz: porque sus métodos de tangentes son exactamente los mismos.

Pero el señor Leibniz añade esta mejora del método, a saber, que la conclusión de este cálculo es coincidente con la regla de Sluse, cosa que es manifiesta para quien haya comprendido este método, y que ya el señor Newton había hecho notar en sus cartas, señalando que esta regla era un corolario de su método general.

Y mientras que el señor Newton había dicho que su método de trazar tangentes, determinar máximos y mínimos, etc., procedía sin detenerse en irracionales, el señor Leibniz señala a continuación cómo este método de tangentes puede ser mejorado de manera que no se detenga en irracionales ni fracciones, y entonces añade: «Soy de la opinión que lo que Newton quiso ocultar acerca del trazado de tangentes no está en desacuerdo con esto. Lo que añade, que sobre esta misma base las cuadraturas son también fáciles de obtener, me confirma en esta opinión: aquellas figuras relacionadas mediante una ecuación diferencial son, seguramente, siempre cuadrables». Las cuales palabras, comparadas con el cálculo precedente, ponen de manifiesto que el señor Leibniz en ese momento era consciente de que el señor Newton tenía un método capaz de resolver estos problemas, y también que había estado examinando si no podría el método diferencial de tangentes del doctor Barrow ser ampliado hasta alcanzar los mismos objetivos.

En noviembre de 1684, el señor Leibniz publicó los elementos del método diferencial en las *Acta Eruditorum* y lo ilustró con ejemplos de trazado de tangentes y determinación de máximos y mínimos y entonces añadió: «Y son éstos ciertamente los inicios de una Geometría muy sublime que se extiende también a los dificilísimos y hermosos problemas de la matemática mixta que nadie sin nuestro cálculo diferencial o semejante podrá tratar con parecida facilidad». Las palabras *aut simili* —o similar— se refieren claramente al método del señor Newton, y la frase entera no contiene otra cosa que lo que ya había afirmado el señor Newton de su método general en sus cartas de 1672 y 1676.

En las *Acta Eruditorum* de junio de 1686, pág. 297, el señor Leibniz añadió: «Prefiero utilizar *dx*, etc., y similares, antes que usar letras en su lugar, porque *dx* es una cierta modificación de la propia *x* etc.» Sabía que en este método podía haber usado las mismas letras que el doctor Barrow, pero prefirió usar, por contra, los nuevos símbolos *dx* y *dy*, por más que no haya nada que pueda ser hecho con estos símbolos, que no se pueda hacer con letras simples más brevemente.

El año siguiente, los *Principia Philosophia* del señor Newton vieron la luz, un libro lleno de los problemas que el señor Leibniz había llamado *dificilísimos y hermosos problemas de la matemática mixta que nadie sin nuestro cálculo diferencial o semejante podrá tratar con parecida facilidad.* Y el marqués de L'Hospital se ha referido a este libro *presque tout de ce calcul* —compuesto casi completamente por este cálculo—. Y el señor Leibniz mismo en una carta al señor Newton, fechada en Hannover el 7 de marzo de 1693, que todavía se conserva de su puño y letra y entregada hace poco a la *Royal Society*, reconocía lo mismo con las siguientes palabras: «Ha sido formidable el desarrollo que para la geometría ha obtenido usted con sus series, pero con la publicación de los *Principia* mostró que incluso lo que no está sujeto al análisis es un libro abierto para usted. También yo he tratado, aplicando una notación conveniente para representar diferencias y sumas, someter de alguna forma esa geometría, que yo llamo trascendente,[23] al análisis, y el in-

23. Descartes estableció en la *Géométrie* [Descartes, 1637] la distinción entre curvas geométricas —*las que son precisas y exactas*— y mecánicas —*las que no lo son*—; en relación a las segundas escribió Descartes: «No son de las que pienso deben ser incluidas aquí», esto es, en la geometría. Newton ha venido usando en todo el *Account* —al igual que en el resto de su producción científica— la clasificación y nomenclatura de Descartes, pero aquí, en esta cita, ha introducido indirectamente la modificación establecida por Leibniz. En efecto, la nomenclatura de Descartes fue corregida por Leibniz que llamó curvas algebraicas a las geométricas y trascendentes a las mecánicas. Leibniz también corrigió a Descartes sobre la importancia que había que dar a las curvas mecánicas/trascendentes; así, en su segundo artículo sobre el cálculo [Leibniz, 1686] escribió: «Me parece bien en este lugar [...] abrir el camino de las cantidades trascendentes, ya que algunos problemas no son planos, ni sólidos, ni supersólidos o de grado alguno definido, sino que trascienden cualquier ecuación algebraica [...]. Y como tales problemas realmente pueden ser

tento no me ha salido mal». Y otra vez, en su respuesta al señor Fatio, impresa en las *Acta Eruditorum* de mayo de 1700, pág. 203, línea 21, reconocía lo mismo.

En el segundo lema del segundo libro de estos *Principles*, los elementos de este cálculo son demostrados sintéticamente y al final del lema hay un escolio con estas palabras: «En cartas que hace diez años se cursaron entre mí y el más excelente geómetra, G. W. Leibniz, cuando le afirmé que había descubierto un método para determinar máximos y mínimos, trazar tangentes, y otras cosas similares, válido tanto para cantidades irracionales como racionales, y cuando lo encubrí mediante letras traspuestas que contenían la frase *Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa*, ése, el más distinguido hombre, me respondió que él también había encontrado un método de la misma naturaleza y me comunicó su método que difiere poco del mío excepto en su nomenclatura y notaciones. La base de ambos métodos está contenida en ese lema».

En esas cartas y en otra fechada el 10 de diciembre de 1672, una copia de la cual fue enviada por el señor Oldenburg al señor Leibniz por esa fecha como ya hubo ocasión de mencionar, el señor Newton explicó de tal modo su método que no fue difícil para el señor Leibniz, con la ayuda del método de tangentes del señor Barrow, recomponerlo de lo expuesto en esas cartas. Y ciertamente, por las razones ya mencionadas, el señor Leibniz no lo conocía antes de recibir esas cartas.

El doctor Wallis había recibido, por mediación del señor Oldenburg, copias de las dos cartas del señor Newton del 13 de junio y 24 de octubre de 1676, y había publicado parte de su contenido en su *Algebra*, impresa en inglés en 1683 y en latín en 1693. Poco después recibió un apremio desde Holanda para

---

propuestos en geometría, deben ser considerados sin duda alguna entre los primeros» —traducción tomada de [Leibniz, 1987]—. La nomenclatura de Leibniz acabó imponiéndose, sobre todo después de que fuera usada por Euler en su *Introductio in analysin infinotorum* como la primera división entre las funciones: «Divídense las funciones en algebraicas y trascendentes; son aquéllas las compuestas sólo mediante operaciones algebraicas, éstas en cambio las funciones en que están presentes operaciones trascendentes» [Euler, 2000: 17].

que las publicara íntegras, toda vez que las fluxiones del señor Newton eran difundidas y aplaudidas allí bajo el nombre de método diferencial del señor Leibniz. Y así, el doctor Barrow señaló estas circunstancias en el prefacio del primer volumen de sus obras publicado en 1695. Y en una carta* al señor Leibniz fechada el 1 de diciembre de 1696, dio cuenta de ello: «Con la última página del prefacio ya en las prensas recién compuesta por los tipógrafos, un amigo mío, versado en estos asuntos, que regresaba de fuera me avisó que en Bélgica se había difundido un método que coincidía casi con el método de las fluxiones de Newton. Por este motivo, levantados los tipos ya colocados, inserté en el prefacio la nota que puede verse en él».

Y en una carta fechada el 10 de abril de 1695, y enviada hace poco a la *Royal Society*, escribió lo que sigue acerca de ello: «Me gustaría ver publicadas las dos largas cartas de junio y agosto de 1676 [quiere decir junio y octubre].[24] He tenido conocimiento desde Holanda, por medio de vuestros amigos de allí, que algo de ese tipo se ha hecho, porque las fluxiones de usted triunfan allí, con gran aplauso, con el nombre de cálculo diferencial de Leibniz. He conocido esto cuando todo este volumen, excepto parte del prefacio, estaba impreso; así que sólo pude insertar —en una pausa de la imprenta— esa información que allí usted puede encontrar. No es usted suficientemente cuidadoso de su reputación —ni de la de la Nación—[25] como debería ser, cuando permite que las cosas de valor reposen tan largamente a su lado hasta que otros se lleven la reputación que a usted le corresponde. He procurado hacerle justicia en ese punto; y ahora siento no haber publicado esas dos cartas palabra por palabra».

* Tomado de la carta en el volumen tercero de las obras de Wallis.

24. Wallis se refiere, naturalmente, a las *Epistolae prior* y *posterior*, aunque confunde, como Newton aclara entre paréntesis, la fecha de la segunda, que fue redactada en octubre.

25. Al igual que en la *Charta volans* de Leibniz, no falta en el *Account* la mención nacionalista tan presente en toda la disputa. Newton la coloca en boca de Wallis, aunque seguro que él también la suscribiría. Wallis tuvo fama de ser algo xenófobo; continuamente, como aquí, andaba aconsejando a sus paisanos, con insistencia de fuerte sabor *nacionalista*, para que *engrandecieran la patria* publicando sus trabajos científicos —véase, por ejemplo, [NC IV, 1967: 101, n. 4].

La breve notificación que el doctor Wallis insertó sobre esta materia en el susodicho prefacio fue la siguiente: «Lo que se contiene en el segundo volumen aparece recogido en el prefacio del mismo, donde —entre otro material— se incluye el método de fluxiones de Newton —por usar su expresión—, el cual, a quien haya comparado los dos métodos, es de similar naturaleza que el cálculo diferencial de Leibniz —por usar su expresión—; esto es bastante evidente salvando las diferentes formas de expresión. El método de fluxiones de Newton lo describo en el capítulo 91 y siguientes, especialmente en el capítulo 95 de mi *Algebra*, basándome en dos cartas de Newton —o en una de ellas— fechadas el 13 de junio y el 24 de agosto de 1676, que fueron enviadas a Oldenburg para que éste las remitiera a Leibniz —uso las mismas palabras, o sólo ligeramente alteradas, que las contenidas en dichas cartas—, y donde explica su método a Leibniz cómo fue en esas fechas ideado por él, diez años antes, si no más. Publico este aviso, no vaya nadie a alegar que he dejado este cálculo diferencial sin mencionar».

En esto que los editores de las *Acta* de Leipzig, en junio del año siguiente y con el estilo del señor Leibniz, reseñaron estos dos primeros volúmenes del señor Wallis, señalando este aviso del prefacio del doctor, y se quejaron, no de que el señor Newton en sus dos cartas antes mencionadas explicara al señor Leibniz el método de fluxiones que había encontrado diez años atrás, si no antes, sino de que cuando el doctor mencionó el cálculo diferencial y dijo que lo hacía *no vaya nadie a alegar que he dejado este cálculo diferencial sin mencionar*, no le dijo al lector que el señor Leibniz tenía ya este cálculo cuando esas cartas se intercambiaron, por mediación del señor Oldenburg, entre él y el señor Newton. Y en varias cartas que siguieron entre el señor Leibniz y el doctor Wallis sobre este asunto, el señor Leibniz no negó que el señor Newton tuviera el método diez años antes de haber escrito aquellas cartas, como el doctor Wallis había afirmado; como tampoco aparentó haber dispuesto él mismo del método en fecha tan temprana, sin contar con otra prueba de que él lo tuviera antes del año 1677 más que la concesión del señor Newton de que ya en fecha tan temprana dispuso de él; ni afirmó siquiera haberlo tenido aun antes; incluso elogia al señor Newton por su candidez en esta materia y admite que los méto-

dos coinciden en lo principal y dice que, por tanto, él los denominaba por el nombre común de su *análisis infinitesimal*; añadió también que como los métodos de Vieta y Descartes fueron llamados por el nombre común de *Analysis speciosa,* aunque diferían en alguna que otra cosa, así tal vez los métodos del señor Newton y él mismo podrían diferir en algo y reclamaba para sí sólo aquellas cosas en que, tal y como él lo entendía, pudieran diferir, esto es, la notación, las ecuaciones diferenciales y las ecuaciones exponenciales. Pero en su carta del 21 de junio de 1677, reconocía que las ecuaciones diferenciales eran comunes tanto al señor Newton como a él.

Éste era el estado de la disputa entre el doctor Wallis y el señor Leibniz por esa época. Cuatro años después, cuando el señor Fatio sugirió que el señor Leibniz, el segundo inventor de este cálculo, podía haber tomado prestado algo del señor Newton, el primer inventor con muchos años de adelanto, el señor Leibniz en su respuesta, publicada en las *Acta Eruditorum* de mayo de 1700, reconoció que el señor Newton había encontrado el método de forma independiente; no negó que el señor Newton fuera el primer inventor con muchos años de adelanto, ni pretendió para sí otra cosa que haber descubierto también el método independientemente, sin la ayuda del señor Newton, aunque simuló que cuando lo publicó por primera vez no sabía que el señor Newton había descubierto algo más que el método de tangentes. Y una vez hecha esta defensa añadió: «Que se sepa [este método] no lo tenía ningún geómetra, antes del señor Newton y de mí; nadie antes de este renombrado geómetra ha podido demostrar que lo tenía mostrando públicamente sus elementos; antes de mí y de los Bernoulli nadie lo comunicó». Hasta aquí, por tanto, no hay pretensión por parte del señor Leibniz de ser el primer inventor. No empezó a reclamar el honor hasta después de la muerte del doctor Wallis, el último de los viejos hombres que estaban al tanto de lo ocurrido entre los ingleses y el señor Leibniz cuarenta años atrás. El doctor murió en octubre del año 1703 y el señor Leibniz no comenzó con su nueva reclamación antes de enero de 1705.[26]

26. Ésta es la respuesta de Newton a la acusación que hizo Leibniz en el preámbulo de la versión francesa de la *Charta volans,* de que las acusaciones

El señor Newton publicó su Tratado de Cuadraturas en el año 1704. Este Tratado fue escrito mucho antes, habiéndose citado muchas cosas del mismo en sus cartas del 24 de octubre y del 8 de noviembre de 1676.[27] Trata sobre el método de fluxio-

---

de plagio se las habían hecho tras la muerte de Wallis y Huygens, a lo que Leibniz responderá en la *Historia et origo*, poniendo otro muerto más sobre la mesa —Tschirnhaus—. Poca razón asiste a ambos en estas denuncias por cuanto fue, más que la desaparición de presuntos testigos, la misma escalada en las agresiones verbales la que alimentó la polémica y generó el agravamiento de las acusaciones por ambos bandos.

27. La información que Newton da aquí, y más adelante, sobre la fecha en que compuso su Tratado de Cuadraturas no es cierta. Aunque ya se dijo algo en el estudio preliminar, conviene tratar aquí someramente este asunto del *De Quadratura curvarum.* La realidad es que Newton comenzó a redactarlo a finales de 1691 con el propósito manifiesto de darlo pronto a la imprenta, aunque luego, hacia marzo de 1692, se arrepintiera y lo dejara inacabado. El inicio de la redacción del *De Quadratura curvarum* fue propiciado por la intención de David Gregory de optar a la cátedra saviliana de astronomía, que había quedado vacante en Oxford el verano de 1691. Conociendo ciertas cuadraturas mediante series que Newton había incluido a Leibniz en su *Epistola posterior*, Gregory le pidió a Newton opinión sobre un artículo que tenía intención de publicar en las *Philosophical Transactions,* pues «sabiendo que descubrió usted esa serie hace mucho tiempo, le ruego que me cuente tanto de su historia como le parezca que yo debería saber y publicar en ese artículo» [NC III, 1961: 170]. A la vista de lo que Gregory quería publicar, Newton había decidido retomar el asunto de las cuadraturas, refinar su método y escribir un tratado más completo y apto para ser enviado a la imprenta. Newton se puso manos a la obra y llegó a componer una versión preliminar pero hacia marzo de 1692 perdió el interés —en aquel momento la alquimia le atraía más que cualquier otra cosa—, dejó inacabado el tratado y, consecuentemente, decidió no publicarlo: «El señor Newton ha cambiado de opinión sobre la publicación de su tratado sobre curvas. Sus ganas iniciales han pasado [...]», le escribía Fatio a Huygens en marzo [Whiteside VII, 1976: 12, n. 43]. En esta versión del *Tractatus de Quadratura curvarum*, Newton usó, por primera vez en un trabajo pensado para darlo a la imprenta, la notación de las variables puntuadas para indicar las fluxiones: «Sean v, x, y, z cantidades fluentes, esto es, indeterminadas creciendo o disminuyendo por cambio incesante $\dot{v}$, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ sus fluxiones, esto es, sus velocidades de crecimiento o disminución» [Newton VII, 1976: 65]. La creación de la notación newtoniana es por tanto unos diecisiete años posterior a la leibniziana y, en cualquier caso, fue creada ocho años después de que Leibniz hiciera pública la suya diferencial. Sí parece que Newton se adelantó en cuanto a la compactificación de su notación; así en el *Tractatus de Quadratura curvarum* escribió $12\overset{6}{z}\overset{2}{z}$ por $12\overset{\vdots\vdots}{z}\ddot{z}$ —esta notación la reinventaría Taylor en 1715—, mientras que Leibniz no empezó a usar la co-

nes y para que no fuera tomado por un texto nuevo, el señor Newton repetía lo que el doctor Wallis había publicado nueve años antes sin haber sido entonces contradicho, esto es, que su método fue inventado progresivamente en los años 1665 y 1666. Y hete aquí que los editores de las *Acta* de Leipzig en enero de 1705 reseñando este libro,[28] con el estilo del señor Leibniz, afirmaron que el señor Leibniz fue el primer inventor del método y que el señor Newton había sustituido fluxiones por diferencias. Y esta acusación dio origen a la presente controversia.

El señor Keill, en una carta publicada en las *Philosophical Transactions* en sept./oct. de 1708, replicó a la acusación di-

---

rrespondiente abreviatura —$12d^6zd^2z$ por $12ddddddzddz$— hasta 1695. También en este tratado Newton ensayó con una *Q* —de Quadratura— como alternativa al símbolo leibniziano ∫ [Whiteside VII, 1976: 17]. La notación newtoniana y su nomenclatura de fluxiones se difundieron —y contrapusieron a las correspondientes leibnizianas— a partir del extracto del *Tractatus de Quadratura curvarum* que Wallis publicó en 1693 en el tomo II de sus obras matemáticas. Durante la disputa con Leibniz, el bando newtoniano gestaría una historia falsa en torno a la fecha de composición del *Tractatus de Quadratura curvarum*. Para evitar la acusación de que Newton había desarrollado su notación después de aparecer publicada la de Leibniz, Newton acabó asegurando, como se puede leer arriba —y más adelante en el *Account*—, que por octubre de 1676 ya había compuesto el tratado, y que había incluido citas en su *Epistola posterior* a Leibniz y en la carta del 8 de noviembre a Collins [Whiteside VII, 1976: 16]. Lo único que tenía Newton en octubre de 1676, cuando redactó la *Epistola posterior*, era la intención de componer ese tratado, como le expuso a Oldenburg en carta fechada el 26 de octubre de 1676: «Creo que al señor Leibniz no le disgustará el teorema hacia el principio de la página 4 de mi carta para cuadrar curvas geométricamente. En algún momento cuando esté más desocupado es posible que le pueda enviar una relación completa: explicando cómo hay que ordenar las curvas para compararlas con otras y cómo se encuentra la curva más simple con que poder comparar una dada» [NC II, 1960: 163]. Merece la pena reproducir el siguiente párrafo de Whiteside, que es especialmente rotundo: «Así nació el ahora atrincherado mito, repetido hasta la saciedad en cada relación histórica de la producción matemática de Newton hecha hasta el presente, de que el texto impreso del *Tractatus de Quadratura curvarum* publicado en 1704 estaba ya escrito una década y media antes de que Newton empezara poco a poco a juntar sus resultados sobre cuadratura de curvas algebraicas en las sucesivas versiones del tratado inacabado [...]» [Whiteside VII, 1976: 16].

28. Se refiere Newton a la versión reducida del *Tractatus de Quadratura curvarum* publicado como apéndice de su *Opticks* en 1704, y a la reseña anónima de Leibniz tratada con detalle en el estudio preliminar.

ciendo: «La aritmética de fluxiones la inventó primero, sin ninguna duda, el señor Newton, como puede fácilmente ser comprobado por quien lea las cartas publicadas por Wallis; la misma aritmética, bajo un cambio de nombre y notación, fue publicada después por el señor Leibniz en las *Acta Eruditorum*».

Antes de que el señor Newton viera lo que había sido publicado en las *Acta* de Leipzig, expresó su disgusto por este párrafo de la carta del señor Keill, temiendo que originara una controversia. Y el señor Leibniz, interpretándolo en un sentido más fuerte del pretendido por el señor Keill, se quejó tomándolo por una calumnia, lo que hizo saber al doctor Sloane en una carta fechada el 4 de marzo de 1711 (N.S.) y exigiendo a la *Royal Society* que obligara al señor Keill a hacer una retractación pública. El señor Keill eligió mejor explicar y defender lo que había escrito, contando con el beneplácito del señor Newton a quien, por entonces, le habían mostrado la acusación de las *Acta* de Leipzig. Y el señor Leibniz en una segunda carta al doctor Sloane, fechada el 29 de diciembre de 1711, en vez de insistir sobre su acusación, como debería de haber hecho si se consideraba calumniado, insistió sólo sobre su candidez, como si fuera una injusticia cuestionarla; rehusó explicar cómo había llegado hasta el método, diciendo que las *Acta* de Leipzig habían dado a cada cual lo suyo, y que había ocultado su invención durante nueve años —cuando tendría que haber dicho siete—. Añadía que nadie podía pretender —queriendo decir que el señor Newton no podía pretender— haber descubierto el método antes que él y acusaba al señor Keill de ser un principiante ignorante de las cosas pasadas, actuando sin el consentimiento del señor Newton; un pendenciero, en suma, que no merecía otra cosa que ser acallado. Esperaba, además, que el señor Newton diera su versión del asunto. Pero el señor Leibniz sabía que el señor Keill no había afirmado otra cosa que lo publicado por el señor Wallis trece años antes, sin ser entonces contradicho, sabía que el señor Newton había dado su opinión sobre el asunto en la introducción de su libro sobre cuadraturas, publicado antes de que la controversia empezara: pero el señor Wallis estaba muerto y los matemáticos que quedaban en Inglaterra eran principiantes. Así que el señor Leibniz podía cuestionar impunemente la candidez de cualquiera, mientras

que el señor Newton debía retractarse ahora de lo que había publicado o verse involucrado en la disputa.

De esta forma, la *Royal Society*, teniendo tanta autoridad sobre el señor Leibniz como sobre el señor Keill, estaba ahora doblemente presionada por el señor Leibniz a intervenir aun no viendo ninguna razón para condenar o censurar al señor Keill sin investigar el asunto. Teniendo en cuenta que el señor Newton y el señor Leibniz —las únicas personas vivas que sabían y recordaban todo lo que había pasado en este asunto durante cuarenta años— no podían ser testigos a favor o en contra del señor Keill, la *Royal Society* nombró un comité numeroso para investigar las cartas y documentos antiguos y preparar un informe sobre lo que encontraran, así como ordenar las cartas y documentos junto con el informe del comité para su publicación. Por estas cartas y documentos, le pareció que el señor Newton tenía el método en o antes del año 1669, y que no les parecía que el señor Leibniz lo tuviera antes del año 1677. Para proclamarse primer inventor del cálculo diferencial, había pretendido que el señor Newton usó primero la letra *o* para indicar el incremento dado de *x*, lo cual impedía las ventajas del método diferencial, pero que después de escribir sus *Principia*, transformó *o* en $\dot{x}$ poniendo $\dot{x}$ en vez de *dx*. Pero tiene él que probar que el señor Newton transformó *o* en $\dot{x}$, o usó $\dot{x}$ por *dx*, o dejó de usar la letra *o*. El señor Newton usó la letra *o* en su *Analysis* escrito en o antes del año 1669, y en su libro de cuadraturas, y en sus *Principia Philosophiae*, y todavía lo usa en el mismo sentido que al principio. En su libro de cuadraturas, lo usó en conjunción con el símbolo $\dot{x}$, y por tanto no usó ese símbolo en su lugar. Estos símbolos *o* y $\dot{x}$ representan cosas de índole diferente. El primero es un momento y el otro una fluxión o velocidad como se ha explicado antes. Cuando la letra *x* se usa para una cantidad que fluye uniformemente, el símbolo $\dot{x}$ es una unidad, y la letra *o* un momento, y por tanto $\dot{x}o$ y *dx* representan el mismo momento. Las letras punteadas nunca representan momentos, a menos que vayan multiplicadas por el momento *o*, bien expresamente o sobreentendido, para hacerlas infinitamente pequeñas, indicando entonces los rectángulos momentos.

El señor Newton no establece su método sobre la forma de los símbolos, no se limita a una particular clase de símbolos

para fluentes y fluxiones. Donde toma las áreas de las curvas para las fluentes, toma entonces las ordenadas para las fluxiones y denota las fluxiones por los símbolos para las ordenadas, como en su *Analysis*. Donde toma las líneas para las fluentes, toma cualesquier símbolos para las velocidades de los puntos que describen las líneas, esto es, para las primeras fluxiones; y cualesquier otros símbolos para los incrementos de esas velocidades, esto es, para las fluxiones segundas, como se hace con frecuencia en sus *Principia Philosophiae*. Y donde toma las letras x, y, z para las fluentes, denota sus fluxiones, o bien por otras letras como p, q, r, o por las mismas letras en otras formas como X, Y, Z, o $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$; o por cualesquiera líneas como *DE*, *FG*, *HI*, consideradas como sus representaciones. Y esto es claro de su libro de cuadraturas, donde representa las fluxiones por letras punteadas en la primera proposición, por ordenadas de curvas en la última proposición y por otros símbolos, cuando en la introducción explica el método y lo ilustra con ejemplos. El señor Leibniz no tiene símbolos para las fluxiones en su método y, así, los símbolos para las fluxiones del señor Newton son los más antiguos de esta clase. El señor Leibniz empezó a usar los símbolos para los momentos o diferencias dx, dy, dz en el año 1677. El señor Newton, cuando escribió su *Analysis*, representaba momentos mediante rectángulos bajo las fluxiones y el momento o, y esto fue hace al menos cuarenta y seis años. El señor Leibniz ha usado los símbolos $\int x$, $\int y$, $\int z$ para las sumas de ordenadas desde el año 1686; el señor Newton representaba lo mismo en su *Analysis*, inscribiendo la ordenada en un cuadrado o rectángulo. Todos los símbolos del señor Newton son más antiguos, cada uno en su clase, por muchos años.

Y cuando ha sido insinuado que el uso de la letra o es vulgar, y destruye el avance del método diferencial, todo lo contrario, el método de fluxiones tal y como ha sido usado por el señor Newton, tiene todas las ventajas del método diferencial y algunas otras. Es más elegante, porque en su cálculo no hay sino una cantidad infinitamente pequeña representada por un símbolo, el símbolo o. No tenemos idea sobre las cantidades infinitamente pequeñas y, es por esto, que el señor Newton introdujo las fluxiones en su método para proceder mediante cantidades finitas tanto como se pueda. Es más natural y geo-

métrico porque se funda sobre las primeras razones de las cantidades nacientes que tienen un sentido en geometría, mientras que los indivisibles sobre los que se funda el método diferencial no tienen sentido ni en geometría ni en la naturaleza. Hay razones primeras de cantidades nacientes pero no las cantidades primeras nacientes. La naturaleza genera cantidades por flujo o incremento continuo; y los antiguos geómetras admitían tal generación de áreas y sólidos cuando, por un movimiento local, deslizaban una línea a lo largo de otra para generar un área y un área a lo largo de una línea para generar un sólido. Pero la adición de indivisibles para componer un área o sólido nunca fue admitida en geometría. El método del señor Newton es también de enorme utilidad y certeza, pudiendo adaptarse ya sea para determinar una proposición mediante aproximaciones tales que no generarán error alguno en la conclusión, ya sea para demostrarla de manera precisa, mientras que el método del señor Leibniz permite sólo determinarla. Cuando el trabajo excede las ecuaciones finitas, el señor Newton recurre a las series convergentes y, de este modo, su método se torna incomparablemente más universal que el del señor Leibniz confinado a las ecuaciones finitas porque su método no participa de las series infinitas. Algunos años después de que el método de series fuera inventado, el señor Leibniz descubrió una proposición para transmutar figuras curvilíneas en otras figuras curvilíneas de áreas iguales, para cuadrarlas mediante series convergentes, pero el método de cuadrar esas otras figuras mediante tales series no era suyo. Con la ayuda del nuevo *Analysis*, el señor Newton descubrió la mayoría de las proposiciones en sus *Principia Philosophiae,*[29] pero debido a que los antiguos por mor de la

29. A Newton le afectó bastante la acusación de que no había utilizado el cálculo en la redacción de sus *Principia* porque entonces no lo tenía. Leibniz hizo la acusación explícitamente en el texto anterior —el preámbulo que escribió para la versión francesa de la *Charta volans*—. Newton reaccionó afirmando, como ha hecho arriba, que había descubierto las proposiciones de los *Principia* con el cálculo pero que había preferido escribir el libro en el lenguaje más riguroso de la geometría. Parece —como se comentó en el estudio preliminar— que no hay evidencia histórica alguna para sostener esta afirmación de Newton —véase al respecto [Whiteside, 1970] o [Whiteside VI, 1974]—. Reproduzco aquí, en cualquier caso, la nota que Whiteside escribió

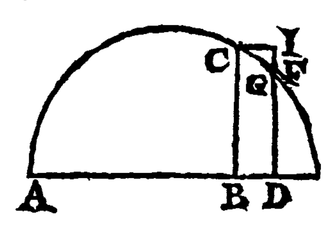
certeza no admitían nada en geometría que no hubiera sido demostrado de manera sintética, el señor Newton demostró las proposiciones sintéticamente, para que el sistema de los cielos estuviera fundamentado sobre geometría segura. Es por esto que ahora los torpes tienen dificultad para ver el análisis por el que esas proposiciones fueron descubiertas.

---

en [Whiteside VIII, 1981: 599, n. 137] sobre lo dicho por Newton arriba, y que resume perfectamente su posición: «Hemos encontrado poco apoyo para esta afirmación de Newton; al contrario, nos parece que, excepto para cierto número de proposiciones iniciales del segundo libro, los *Principia* fueron en su mayor parte *inventados* en la forma altamente geométrica en que fueron *compuestos* para la imprenta. Newton en su vejez sufrió, no necesita casi recordarse, de esa conveniente amnesia que olvida las complejidades de circunstancias pasadas para erigir, en su lugar, una fastidiosa y simplificada versión de lo que, en retrospectiva, *debería* haber sucedido». La composición de los *Principia* fue ligeramente posterior a la trasmutación que llevó a Newton a repudiar la nueva geometría analítica para echarse en brazos de los viejos planteamientos sintéticos griegos; esta *conversión* no deja de ser sorprendente, teniendo en cuenta que Newton estudió antes a Descartes que a Euclides, y que su dominio de la geometría cartesiana le fue imprescindible para fundar el cálculo con toda su potencia algorítmica. Pero así fue: a partir de 1680, Newton comenzó una serie de trabajos sobre geometría sintética —incluyendo una reescritura geométrica del cálculo: véase su *Geometria curvilinea* (1680)— que culminarían hacia 1693 con sus intentos de restaurar los métodos geométricos griegos —véase [Newton VII, 1976: 2]—; trabajos todos ellos que, una vez más, quedaron sin publicar: «en el limbo de sus papeles privados», como tan acertadamente describió Whiteside. Este viraje coincidió en su primera andadura, como se ha comentado, con la redacción de los *Principia*: eso puede explicar, en parte, la forma geométrica en que fueron compuestos, y que luego denunciarían Leibniz y sus seguidores en la polémica como prueba de que Newton no tenía un cálculo infinitesimal cuando los compuso. Un par de citas pueden dar idea cabal de cuán profunda fue esta conversión newtoniana a la geometría sintética griega. La primera tiene que ver con el *Analysis geometrica* que publicara en Cádiz en 1698 el sanluqueño Antonio Hugo de Omerique; pedida su opinión sobre el libro, Newton escribió: «Lo considero un libro juicioso y de valor [...] porque expone en la forma más sencilla el medio de restaurar el análisis de los griegos, que es más sencillo y más ingenioso y más a propósito para un geómetra que el álgebra de los modernos» [Whiteside VII, 1976: 198] —¡ay! para una obra matemática de un paisano que nos elogia Newton resulta que, esos mismos elogios, ponen de manifiesto el desfase de la obra con la matemática de su tiempo. Newton tenía un ejemplar del *Analysis geometrica* de Omerique en su biblioteca personal [Harrison, 1978: 206]—. La segunda cita es de Henry Pemberton —que tuvo a su cargo la tercera edición de los *Principia* (1726)—: aseguró haber

Se ha sugerido que el señor Newton, en el escolio al final de su libro de cuadraturas, igualó los términos tercero, cuarto y quinto de una serie convergente, respectivamente, a las diferencias segunda, tercera y cuarta del primer término y, por tanto, que no comprendía entonces el método de las diferencias segunda, tercera y cuarta. Pero en la primera proposición de ese libro, mostró cómo encontrar las fluxiones primera, segunda y tercera y siguientes *in infinitum*; así que cuando escribió ese libro, que fue antes del año 1676, comprendía el método de las fluxiones y, por tanto, de todas las diferencias. Y si no las entendía cuando, en el año 1704, añadió ese escolio al final del libro, debió ser porque entonces las había olvidado. Y la cuestión es sólo si había olvidado el método de las diferencias segundas y terceras antes del año 1704.

En la proposición diez del segundo libro de sus *Principia Philosophiae,* cuando describe el uso de los términos de una serie convergente para la resolución de problemas, nos dice que si el primer término de la serie representa la ordenada *BC* de una línea curva *ACG,* y *CBDI* es un paralelogramo infinitamente estrecho cuyo lado *DI* corta la curva en *G* y su tangente *CF* en *F*, el segundo término de la serie represen-



oído a sir Isaac «Censurarse por no haber seguido a los griegos más fielmente de lo que hizo; y lamentar su error de empezar sus estudios matemáticos aplicándose en estudiar a Descartes y otros algebristas, antes de haber dedicado la atención a los *Elementos* de Euclides que tan excelente escritor se merece» [Whiteside VII, 1976: 199]; véase también [Westfall, 1983: 378]. Así , ya sea por esta razón, ya sea porque pensara en 1684, cuando acometió la redacción de los *Principia*, que de escribirlos en el lenguaje fluxional pocos, si alguno, iban a poder leerlos escritos en lo que por entonces era todavía una innovación muy poco desarrollada y menos conocida, el caso es que prefirió producir y publicar los *Principia* usando la geometría griega sintética en vez de los métodos más algebraicos y analíticos del cálculo fluxional —aunque el patrón del cálculo sea reconocible tras la fachada geométrica [Westfall, 1983: 424]—, por más que al final de su vida, Newton pudiera haber deseado escribir los *Principia* de otra forma. A mediados del siglo XIX, los *Principia* fueron puestos en forma analítica por Henry Brougham y E. J. Routh [Brougham y Routh: 1972].

tará la línea *IF*, y el tercer término la línea *FG*. Pero la línea *FG* no es sino la mitad de la diferencia segunda de ordenadas y, de esta forma, el señor Newton cuando escribió sus *Principia* igualó el tercer término de la serie a la mitad de la diferencia segunda del tercer término y, en consecuencia, no había entonces olvidado el método de las diferencias segundas.

Mientras escribía ese libro, tuvo ocasión frecuente de considerar el incremento o la disminución de las velocidades que generan las cantidades, argumentando correctamente sobre ellas. Ese incremento o disminución es la fluxión segunda de la cantidad y, por lo tanto, no había olvidado entonces el método de las fluxiones segundas.

En el año 1692, el señor Newton envió al señor Wallis, a requerimiento suyo, copia de la primera proposición del libro de las cuadraturas, con ejemplos por tanto de fluxiones primeras, segundas y terceras, como se puede comprobar en el segundo volumen de las obras matemáticas del doctor, pág. 391, 392, 393 y 396. Y, por lo tanto, no había olvidado entonces el método de las fluxiones segundas.

Es pues improbable que en el año 1704, cuando añadió el escolio antes mencionado al final del libro de las cuadraturas, hubiera olvidado no sólo la primera proposición de ese libro sino también la proposición última sobre la que ese escolio se fundaba. Si la palabra *ut*, que en ese escolio parece haber sido omitida accidentalmente entre las palabras *erit* y *ejus,* se repone, el escolio concuerda con las dos proposiciones y con el resto de sus escritos y la objeción desaparecerá.[30]

30. La historia a la que se está refiriendo Newton en la última página sobre las fluxiones y diferencias de órdenes superiores es paradigmática de lo que fue la disputa sobre el cálculo —aparece de nuevo ese pelear palabra por palabra al que ya me he referido en varias ocasiones—; conviene pues exponerla aquí con cierto detalle. Hacia agosto de 1710, Juan Bernoulli había encontrado un error en la primera edición de los *Principia*, concretamente, en la proposición X del libro II sobre el movimiento de un proyectil bajo gravedad uniforme a través de un medio con resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad [Whiteside, 1970: 128]. La expresión que encontró Newton era 2/3 del valor correcto que, como se ha dicho, dedujo Bernoulli; hacia 1710, cuando detectó el error, Bernoulli sabía que Newton preparaba una segunda edición de los *Principia*, por lo que intentó mantener en relativo secreto su descubrimiento, a la espera de que esa segunda edición volviera a aparecer con el

Mucho se ha dicho sobre la naturaleza y la historia de este método, no estará fuera de lugar hacer ahora algunas observaciones.

En el *Commercium Epistolicum* se hace mención a tres tra-

---

error; cosa que no consiguió: un sobrino suyo, Nicolás Bernoulli, de visita en Inglaterra en septiembre de 1712, contó a Newton lo que había descubierto su tío y, en cualquier caso, los artículos de Bernoulli acabaron publicándose antes de que la segunda edición de los *Principia* viera la luz. La voz de alarma del sobrino de Bernoulli fue fundamental, pues ni Newton ni Roger Cotes —que estuvo encargado de la edición— habían detectado el error —de hecho, el cuadernillo correspondiente a la proposición X del libro II ya estaba impreso y hubo que reimprimirlo una vez corregido; Newton no hizo ninguna mención ni a que el resultado era incorrecto en la primera edición de los *Principia,* ni a quién le había ayudado a corregirla—. Nicolás Bernoulli, equivocadamente, pensaba que el error se había producido porque Newton había tomado como fluxiones sucesivas para x^n los términos del desarrollo de $(x + o)^n$ en serie de potencias: esto le daría, para la fluxión segunda y tercera de x^n, los valores $\frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}$ y $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}x^{n-3}$ en vez de los correctos $n(n-1)x^{n-2}$ y $n(n-1)(n-2)x^{n-3}$. N. Bernoulli dedujo de aquí que Newton no entendía bien las fluxiones de órdenes superiores. Informado su tío Juan de esta explicación concluyó, en plena polémica con Leibniz, que eso significaba que el cálculo de Newton era inferior al de Leibniz. Cuando el sobrino de Bernoulli regresó a Basilea de su visita a Londres —octubre de 1712— llevaba de regalo para su tío un ejemplar del *Analysis*; Juan Bernoulli pudo comprobar, para su satisfacción, que había una corrección manuscrita sobre el texto impreso del Tratado de la Cuadratura de las Curvas, de la mano del mismísimo Newton —insertando los *ut* que menciona arriba—, tratando de hacer manifiesto que la fluxión k-ésima de z^n es $\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}z^{n-k}$; cosa que Bernoulli se apresuró a contar a Leibniz [Correspondencia VI, 1976: 4-5]. La redacción que hizo Newton en ese último escolio del libro de las cuadraturas puede inducir a pensar que Newton confunde la fluxión k-ésima de z^n con $\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}z^{n-k}$, aunque, como ha explicado arriba, es fácil darse cuenta que es un problema de matiz que se resuelve factiblemente añadiendo la palabra *ut*. *De esos polvos vinieron estos lodos*, y toda esta maraña de malentendidos fue usada por Leibniz para componer su pretendidamente anónima *Charta volans* [Whiteside VIII, 1981: 152-154, n. 46], el texto anterior de los que se compone este libro; que no hizo sino generar más lodos, pues Newton, como ahora pasará a explicar en el *Account*, encontró que también Leibniz había cometido un error manejando diferenciales de segundo orden en su *Tentamen de Motuum Coelestiaum Causis* [Leibniz, 1689] —un en-

tados escritos por el señor Leibniz[31] después de que una copia de los *Principia Philosopiae* le fuera enviada desde Hannover y de que hubiera visto una reseña del libro publicada en las *Acta Eruditorum* de enero/febrero de 1689.[32] En esos tratados, el señor Leibniz recompone de otra forma las principales proposiciones del libro de Newton y proclama haberlas encontrado él mismo antes de la publicación de dicho libro. Pero el señor Leibniz no puede ser testigo en su propio juicio. Recae sobre él, o bien probar que las había encontrado antes que el señor Newton, o bien renunciar a su proclama.

En el último de esos tratados, la proposición vigésima —que es la más importante de las del señor Newton— es un corolario de la proposición decimonovena, proposición esta que tiene una demostración errónea. Recae sobre él, o bien convencer al mundo de que la demostración no es errónea, o bien reconocer que no encontró esa proposición, ni por tanto la vigésima, sino tratando de adaptar una demostración a la proposición del señor Newton para hacerla pasar por suya. Por eso declara Leibniz en su proposición vigésima que no sabía cómo el señor Newton había llegado a ella y, en consecuencia, que él la había encontrado sin la ayuda del señor Newton.

---

sayo sobre dinámica celeste publicado inmediatamente después de la aparición de la primera edición de los *Principia*—; Keill, el *mono* de Newton, se apresuró a publicar (1714) las conclusiones: Leibniz no entendía las diferenciales de órdenes superiores o, tanto vale, el cálculo diferencial de Leibniz era inferior al de Newton [Westfall, 1983: 765] —para la historia completa véase [Hall, 1980: 196-201, 208-211], y para un tratamiento exhaustivo del error de los *Principia* y el papel que tuvieron los Bernoullis en su corrección, [Whiteside VIII, 1981: 47-61].

31. Ya me referí a ellos en el estudio preliminar; sus títulos son: «Una carta sobre líneas ópticas», «Un esquema sobre la resistencia de un medio, y el movimiento de proyectiles pesados en un medio resistente» y «Un ensayo sobre las causas de los movimientos celestes». Más detalles pueden verse en [Aiton, 1992: 214-220], [Aiton, 1972] y [Aiton, 1984].

32. Según le contó Leibniz a Huygens en octubre de 1690, empezó a leer los *Principia* de Newton estando en Roma en la primavera de 1689 —en el periplo que le llevó por Italia buscando documentación para relacionar la casa de Brunswick con la de Este—; después, como Leibniz aseguró repetidas veces, de haber redactado su *Tentamen* — «Un ensayo sobre las causas de los movimientos celestes»—, véanse para más detalles [Aiton, 1962] o [Fellmann, 1973].

Por los errores en las proposiciones decimoquinta y decimonovena del tercer tratado, el doctor Keill ha mostrado que cuando el señor Leibniz escribió esos tres tratados, no comprendía bien la forma de trabajar con las diferencias segundas. Y esto lo dejan todavía más de manifiesto las proposiciones décima, undécima y duodécima de este tercer tratado. Leibniz establece estas proposiciones como fundamento de su análisis infinitesimal para el estudio de las fuerzas centrífugas, y propone la primera de ellas con relación al centro de curvatura de la órbita pero usa esta proposición en las dos siguientes con relación al centro de rotación. Y confundiendo estos dos centros uno con otro, en las proposiciones fundamentales sobre las que fundamenta su cálculo, yerra en la superestructura y por falta de destreza en las diferencias segundas y terceras, no es capaz de advertir sus errores. El sexto artículo del segundo tratado aporta confirmación adicional de lo que se dice, porque tal artículo es erróneo, y el error surge porque no sabe argumentar bien con las diferencias segundas y terceras. Así que cuando escribió esos tratados no era sino un aprendiz y debería con toda candidez así reconocerlo.

Parece, pues, que aprendió el método diferencial por medio de las tres cartas del señor Newton antes mencionadas comparadas con el método de tangentes del doctor Barrow. Y así, diez años después, cuando aparecieron los *Principia Philosophiae* del señor Newton, el señor Leibniz mejoró su conocimiento de estas materias tratando de extender este método a las principales proposiciones en ese libro y, de esta forma, compuso los tres tratados mencionados, pues las proposiciones contenidas en ellos —salvo los errores y menudencias— son del señor Newton —o corolarios fáciles de ellas— y habían sido publicadas por él con otras palabras antes. Y todavía el señor Leibniz las publicó como descubiertas por él mucho tiempo antes de que fueran publicadas por el señor Newton. Pues al final del primer tratado, insinúa que las descubrió todas antes de que aparecieran los *Principia Philosophiae* del señor Newton, y algunas de ellas antes de que dejara París, esto es, antes de octubre de 1676. El señor Leibniz concluye el segundo tratado con estas palabras: «Muchas cosas acomodadas a la práctica podrían deducirse, pero nos basta el haber sentado los fundamen-

tos geométricos en los que radicaba la máxima dificultad; y apreciará, quienquiera que atentamente considere el asunto, que hemos abierto varias nuevas vías hasta ahora cerradas. Todo lo cual corresponde con nuestro análisis de los infinitos, es decir con el cálculo de las sumas y diferencias —cuyos elementos ya hemos dado en estas *Acta*— expresado en lo posible mediante palabras comunes». Pretende aquí que fue él quien en este mismo tratado estableció los *fundamentos geométricos en los que radicaba la máxima dificultad,* a la vez que abrió *varias nuevas vías hasta ahora cerradas.* Pero los *Principia Philosophiae* del señor Newton que aparecieron casi dos años antes motivaron la composición de ese tratado, escrito *en lo posible mediante palabras comunes,* y contienen todos esos principios y nuevos caminos. Y cuando el señor Leibniz publicó ese tratado, sabía todo esto y, en consecuencia, debería de haber reconocido que fue el señor Newton el primero que estableció los *fundamentos geométricos en los que radicaba la máxima dificultad,* quien abrió *varias nuevas vías hasta ahora cerradas.* Y, de hecho, en su respuesta al señor Fatio reconoció todo esto diciendo: «Que se sepa [este método] no lo tenía ningún geómetra, antes del señor Newton y de mí; nadie antes de este renombrado geómetra ha podido demostrar que lo tenía mostrando públicamente sus elementos». Y lo que entonces reconoció debería, por pudor y honor, reconocerlo siempre que hubiera ocasión.

El señor Leibniz en su carta del 28 de mayo de 1697 escribió lo siguiente al doctor Wallis: «El parentesco del método de fluxiones del profundísimo Newton y mi método diferencial lo advertí después de la publicación de su obra —es decir los *Principia*— y de la de usted; y así lo he expresado en las *Acta Eruditorum* y en otro lugares. Y lo juzgué conveniente no menos por mi candidez que por encontrarlo de justicia. Por eso suelo usar la denominación análisis infinitesimal, por cuanto parece más amplia que tetragonístico, del mismo modo que al método de Vieta y Descartes se le denominó análisis especioso a pesar de presentar algunas diferencias como seguro las hay entre el de Newton y el mío». Concede otra vez aquí el señor Leibniz que cuando aparecieron los *Principia Philosophiae* del señor Newton, comprendiendo la afinidad que había entre los métodos los denominó a ambos por el nombre común de método infinitesimal;

reconocimiento de la afinidad que hizo con toda franqueza. Además de este reconocimiento, el señor Leibniz reconoce que el método del señor Newton fue el primero, pues así como el análisis vulgar en especies fue inventado por Vieta y acrecentado por Descartes, que introdujo alguna diferencia entre los métodos, así el método del señor Newton y el suyo podrían diferir en algunas cosas, y sigue con una enumeración de esas diferencias que le permitieron mejorar el método del señor Newton según se explicó antes. Y esta subordinación de su método al del señor Newton que el señor Leibniz le reconoció entonces al doctor Wallis, aún debería seguir reconociéndola.

En la enumeración de las diferencias o mejoras que el señor Leibniz hizo sobre el método del señor Newton, nombra en segundo lugar las ecuaciones diferenciales; pero las cartas que se cursaron entre ambos en el año 1676 muestran que el señor Newton tenía tales ecuaciones entonces, y era el señor Leibniz quien no las tenía. En tercer lugar, nombra las ecuaciones exponenciales: pero estas ecuaciones las debe el señor Leibniz a su correspondencia con los ingleses. El doctor Wallis, en la interpolación de series, consideró potencias con exponentes fraccionarios y negativos, mientras que el señor Newton introdujo en sus cálculos analíticos potencias con exponentes fraccionarios, irracionales, negativos e indefinidos, y en su carta del 24 de octubre de 1676, le argumentaba al señor Leibniz que su método permitía resolver ecuaciones afectadas que contenían potencias con exponente fraccionario o irracional. El señor Leibniz en su respuesta del 21 de junio de 1677, solicitaba al señor Newton que le dijera lo que pensaba de la resolución de ecuaciones que contenían potencias con exponente indeterminado, tales como estas $x^y + y^x = xy$, $x^x + y^y = x + y$. A estas ecuaciones las llama ahora exponenciales y proclama ante el mundo que fue su primer inventor y magnifica el invento como un gran descubrimiento. Pero todavía no le ha reconocido públicamente a Newton la luz que arrojó sobre el asunto, ni ha mostrado un solo ejemplo de cómo usar estas ecuaciones cuando los exponentes de las potencias son fluentes. Y puesto que su habitual impaciencia no le ha llevado a desechar la búsqueda de tal ejemplo, tenemos todavía razones para esperar la explicación que algún día el señor Leibniz dará al mundo sobre su utilidad.

El señor Newton en su carta del 24 de octubre de 1676 escribió que tenía dos métodos para resolver el problema inverso de tangentes y otros problemas igualmente difíciles; uno consistía en suponer una serie en una cantidad variable, de la que el resto podría ser convenientemente deducido, agrupar entonces los términos homogéneos de la ecuación resultante y determinar de ahí los términos indeterminados de la serie. Muchos años después, el señor Leibniz publicaba este método como propio, y reclamando para sí ser el primer inventor. Queda que, o bien renuncie públicamente a su reclamación, o bien que pruebe que lo inventó antes de que el señor Newton escribiera su carta antes mencionada.[33]

Recae también sobre él reconocer públicamente que ha recibido la carta del señor Oldenburg del 15 de abril de 1675 donde le fueron comunicadas varias series convergentes para

33. Newton se refiere aquí al método que hoy conocemos como de *coeficientes indeterminados*. Es ilustrativo de los tortuosos caminos que suele seguir la investigación en matemáticas comprobar que casi todos los desarrollos en serie que Newton primero obtuvo por métodos más o menos indirectos y complicados pueden obtenerse de manera sencilla y natural —lo de *natural* es calificativo que se pone a posteriori— usando este procedimiento de coeficientes indeterminados. A pesar de la sencillez y naturalidad del método, digo, Newton no parece haberlo consignado explícitamente hasta que lo incluyó en el segundo anagrama de los que envió a Leibniz en la *Epistola posterior*. Esto es precisamente lo que Newton cuenta arriba, haciendo algo de trampa, pues es imposible que Leibniz pudiera descifrar el método de la ristra de letras y números a que, a la postre, se reducía el anagrama que recibió allá por octubre de 1676. La explicación del anagrama no aparecería publicada hasta su inclusión en el resumen que Wallis publicó en el tomo II de sus *Opera* de la primera versión del *De Quadratura curvarum*. Corría entonces el año 1693; ese mismo año Leibniz publicó en las *Acta Eruditorum* un artículo donde reproducía el método de coeficientes indeterminados —lo aplicó para resolver varias ecuaciones diferenciales, entre ellas la correspondiente al logaritmo: $\frac{dy}{dx} + x\frac{dy}{dx} - a = 0$, la exponencial: $a + x - a\frac{dy}{dx} = 0$, o la del seno/arcoseno: $a^2(dy)^2 = a^2(dx)^2 + x^2(dy)^2$; por cierto que al principio del artículo se nombra a Mercator y a Newton como *inventores* de los desarrollos en serie: el primero por división y el segundo por extracción— [Leibniz, 1693]; Leibniz no hizo mención alguna a que Newton había propuesto el método en su anagrama de la *Epistola posterior:* aunque poco reproche cabe hacerle porque ¿cómo iba Leibniz a imaginar lo que aquel anagrama ocultaba?

cuadrar curvas, particularmente, la del señor James Gregory para encontrar el arco dada la tangente y, de ahí, cuadrar el círculo. Ya reconoció esto privadamente en su carta al señor Oldenburg fechada el 20 de mayo de 1675, que todavía se conserva de su puño y letra, y por la entrada que el señor Oldenburg consignó en el epistolario de la *Royal Society*. Pero el señor Leibniz no ha reconocido esto públicamente como debería de haber hecho cuando publicó esa serie como propia.[34]

Recae también sobre él reconocer públicamente que ha recibido los extractos de las cartas del señor James Gregory que, a requerimiento suyo, le fueron enviadas a París en junio de 1676 por el señor Oldenburg para su estudio; entre ellas estaba una carta del señor James Gregory del 15 de febrero de 1671 sobre esa serie, y otra carta del señor Newton del 10 de diciembre de 1672 sobre su método de fluxiones.

34. Newton vuelve aquí, y en los siguientes párrafos, a mencionar uno de los resultados más queridos para Leibniz: su cuadratura aritmética del círculo, esto es, la que hoy en día se conoce como serie de Leibniz para el número π. James Gregory había descubierto la serie para el arco tangente en 1671 y, es difícil creer, como apunta Newton, que no se le ocurriera dar en la serie a la variable el valor *1* para obtener la serie que reclama para sí Leibniz —por más que según Beckmann [Beckmann, 1971: 133], Gregory no la mencionara nunca en sus trabajos—. Leibniz obtuvo la serie para π en 1673, cuando iniciaba el desarrollo de su método de cálculo y, en 1676, la dio a conocer a Newton en su réplica a la *Epistola prior,* aunque ya Henry Oldenburg le había hecho saber a Leibniz en 1675 que su serie era un caso particular de la de Gregory para el arcotangente; lo mismo le hizo saber Juan Bernoulli, en 1713, cuando la polémica arreciaba: «James Gregory [...] fue el que primero llegó, eso parece, a la cuadratura aritmética $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + etc.$, que usted, sin duda ignorándolo y porque la había descubierto bastante tiempo antes, publicó como si fuera suya en las *Acta*; y realmente era tan suya como de Gregory, porque usted la descubrió tanto como lo hizo Gregory —aunque después—, que descubrir algo es una cuestión de trabajo duro mientras que ser el primero en descubrir algo es una bendición, como Wallis dijo en alguna parte» [NC VI, 1976: 4]. En la *Epistola posterior,* Newton consideraría el problema de la aceleración de la convergencia de la serie de Leibniz que, como diría Euler unas décadas después, *es apenas convergente.* Leibniz no publicó la serie para π hasta 1682, en un artículo de título *Vera proportione circuli ad quadratum* publicado en el primer número de las *Acta Eruditorum.* La serie de Leibniz parece, sin embargo, haber sido descubierta por primera vez en la India hacia principios del siglo XVI [Dutka, 1982: 121-4].

Y considerando que en su carta del 28 de diciembre de 1675 el señor Leibniz escribió al señor Oldenburg que había comunicado esa serie a sus amigos de París cerca de dos años atrás, escribiéndole a él sobre ello, que en su carta del 12 de mayo de 1676 le decía al señor Oldenburg que le había escrito varias veces sobre esa serie, y en su carta al señor Oldenburg del 27 de agosto de 1676 que había mostrado esa serie a sus amigos cerca de tres años atrás, esto es antes de su marcha de Londres a París; estamos deseosos de que nos diga cómo puede ser que cuando recibió la carta del señor Oldenburg del 15 de abril de 1675, no supiera que la serie en cuestión era suya.

En sus cartas del 15 de julio y 26 de octubre de 1674 no habla sino de una serie para la circunferencia de un círculo, y afirmó que el método por el que obtuvo esa serie le permitió también obtener una serie para determinar el arco dado su seno, aunque la proporción del arco a la circunferencia completa no fuera conocida. Para el seno de *30* grados, este método le daba una serie para la circunferencia completa; si él tenía también una serie para la circunferencia completa deducida a partir de la tangente de *45* grados, el mundo está deseoso de que le diga qué método tenía en aquellos días que le permitía obtener ambas series, porque el método para la transmutación de figuras no lo permite. Estamos también deseosos de que nos diga por qué en sus cartas antes mencionadas hablaba de una sola cuadratura del círculo.

Y si en el año 1674 él tenía la demostración de una serie que daba el arco conocido su seno, el mundo está deseoso de que le diga cuál es y por qué en su carta del 12 de mayo de 1676, rogaba al señor Oldenburg que le pidiese al señor Collins la demostración de la serie que el señor Newton tenía para hacer lo mismo, y dónde su serie difería de la del señor Newton; porque de todo lo dicho se levanta la sospecha de que la serie del señor Newton para encontrar el arco dado el seno le fue comunicada en Inglaterra y que en el año 1673 empezó a mostrarla a sus amigos de París como si fuera suya y que al año siguiente en sus cartas a Oldenburg escribió sobre ella como si fuera suya, para obtener la demostración o el método para encontrar tales series. Pero cuando al año siguiente, el señor Oldenburg le envió esta serie y las series del señor Gregory y otras seis series, el señor

Leibniz desistió de su pretensión sobre esa serie, por no tener una demostración y pidió tiempo para considerar las series que se le enviaban y compararlas con las suyas, ¡como si sus series fueran diferentes de las que se le habían enviado! Y cuando encontró una demostración de la serie de Gregory por la transmutación de las figuras, empezó a mostrarla a sus amigos de París atribuyéndosela, como se lee en las *Acta Eruditorum* de abril de 1691, pág. 178, donde dice: *desde el año 1675 ya tenía compuesto un opúsculo sobre cuadraturas que leyeron mis amigos de aquel tiempo, etc.* Pero ocultó a sus amigos la carta en la que recibió esa serie y fingió ante Oldenburg que tenía esta serie un año o dos antes de haber recibido esa carta. Y el siguiente año, después de recibir otra vez otras dos series del señor Newton a través de un tal George Mohr, escribió al señor Oldenburg como si nunca hubiera visto antes esas series y, con la pretensión de la novedad, solicitar al señor Oldenburg que le procurara a través del señor Collins el método del señor Newton para encontrarlas. Si el señor Leibniz piensa eliminar esta sospecha tiene que demostrar en primer lugar que tenía la serie del señor Gregory antes de haberla recibido del señor Oldenburg.

Recae también sobre él explicarle al mundo cuál fue el método por el que encontró las series de regresión para el círculo y la hipérbola, que el señor Newton le envió el 13 de junio de 1676 y que él reclamó como suyas en su carta del 27 de agosto siguiente, antes de recibirlas del señor Newton.

Considerando que el señor Newton le envió, a requerimiento suyo, un método de regresión que el señor Leibniz después de una primera lectura no reconoció como suyo y ni siquiera lo entendió, pero tan pronto como lo hubo entendido reclamó como suyo, pretendiendo, tras consultar sus notas antiguas, haberlo encontrado hacía tiempo y haberlo después olvidado, recae sobre él, por sentido de la franqueza y justicia, o bien probar que fue el primer inventor de este método, o bien renunciar a cualquier reclamación sobre él para prevenir futuras disputas.

El señor Leibniz en su carta al señor Oldenburg fechada el 3 de febrero de 1672/3 reclamaba haber descubierto cierta propiedad de una serie de números naturales, triangulares, piramidales, triángulo-triangulares, etc., y para hacer el descubrimien-

to más suyo, aparentaba cierta sorpresa porque monsieur Pascal la omitiera en su libro titulado *Triangulum arithmeticum*. Ese libro fue publicado en el año 1665 y contiene esa propiedad de la serie, y el señor Leibniz no ha hecho todavía el acto de justicia de reconocer que monsieur Pascal no la omitió. Recae sobre él, por sentido de la franqueza y justicia, renunciar a cualquier reclamación sobre esa propiedad y reconocer que el señor Pascal fue el primer inventor.

También tiene que renunciar a cualquier derecho como segundo inventor del método diferencial del señor Mouton, porque segundos inventores no tienen derechos. El único derecho es del primer inventor aunque otro encuentre de forma independiente lo mismo. Porque tomar los derechos del primer inventor y dividirlos entre él y los otros sería un acto de injusticia.[35]

En su carta al doctor Sloane fechada el 29 de diciembre de 1711, el señor Leibniz nos ha dicho que sus amigos saben cómo descubrió el método diferencial. Recae sobre él por sentido de la franqueza, satisfacer al mundo, abierta y llanamente y sin más dudas, mostrándole cómo lo descubrió.

En la misma carta, nos ha dicho que tenía este método unos nueve años antes de publicarlo, de lo que sigue que lo tenía por el año 1675 o antes. Pero es cierto que no lo tenía cuando escribió su carta al señor Oldenburg fechada el 27 de agosto de 1676, puesto que afirmaba que los problemas inversos de tangentes, y otros muchos, no podían reducirse ni a series infinitas, ni a ecuaciones, ni a cuadraturas. Recae sobre él, de esta forma,

35. El *Account* traducido al latín se publicó como prefacio a la segunda y posteriores ediciones del *Commercium*. La traducción latina incluía algunas modificaciones, quizá la más interesante sea la que afecta a este párrafo, que en la traducción latina era mucho más duro para con Leibniz: «Leibniz debe renunciar al método diferencial de Newton y no pretender ser siquiera segundo inventor. A los segundos inventores, aun siéndolo realmente, no les corresponde ningún honor; su título o derecho es nulo. ¿Qué decir, por consiguiente, de aquellos que ni siquiera tienen argumentos ciertos para demostrar que son segundos inventores?» [Commercium, 1725: 49]. La letanía de Newton de que *segundos inventores no tienen derechos* aparece también en otros documentos, como en uno de los varios borradores de carta —o cartas—, presumiblemente de agosto de 1718 —esto es casi dos años después de la muerte de Leibniz— dirigida a Des Maizeaux —no es seguro que enviara la carta [NC VI, 1976: 455].

por sentido de la franqueza, decirnos qué pretende diciendo que ha encontrado el método antes de haberlo encontrado.

Ya mostramos que el señor Leibniz al final del año 1676, volviendo a casa desde Francia a través de Inglaterra y Holanda, meditaba sobre cómo mejorar el método de Sluse para las tangentes para extenderlo a toda clase de problemas y para este propósito propuso elaborar una tabla general de tangentes; de manera que entonces no había encontrado todavía la verdadera mejora. Pero medio año después, cuando estaba nuevamente cerca de la verdadera mejora, escribió: «Estoy de acuerdo con el celebérrimo Newton en que el método de tangentes del ilustre Sluse no está completo. Y hace mucho tiempo que he tratado las tangentes de una manera más general, utilizando la diferencia de las ordenadas». Que es tanto como decir que tenía la mejora mucho antes de esos días. Recae sobre él, por sentido de la franqueza, hacernos comprender por qué pretendía asignar tal antigüedad a su invención para rivalizar y suplantar al señor Newton y hacernos creer que tenía el método diferencial antes de que el señor Newton se lo explicara en sus cartas del 13 de junio y 24 de octubre de 1676, y antes de que el señor Oldenburg le enviara una copia de la carta del señor Newton del 10 de diciembre de 1672.

Los editores de las *Actas Eruditorum* en junio de 1696, reseñando los dos primeros volúmenes de las obras matemáticas del doctor Wallis, escribían, en el estilo del señor Leibniz, «por lo demás el mismo Newton, insigne tanto por su candor como por sus preclaros méritos en el campo de las matemáticas, reconoció pública y privadamente que Leibniz, cuando —a través del celebérrimo H. Oldenburg de Bremen, secretario de la *Royal Society* inglesa— intercambiaron cartas entre ellos —miembros ambos de esa sociedad— hace ya más de veinte años, conocía ya su cálculo diferencial, las series infinitas y el método general para obtenerlas. Sin embargo Wallis en el prefacio de sus *Opera*, a pesar de referirse a la correspondencia entre Leibniz y Newton, no lo menciona, tal vez porque allí no mostró suficientemente todo lo que le constaba. Por lo demás, las consideraciones de Leibniz sobre las diferencias, mencionadas por Wallis —“a fin de que”, como él dice, “nadie vaya a alegar que yo no haya hecho mención de este cálculo diferencial”—, han

eliminado las suposiciones erróneas hechas en otras partes». De las palabras aquí citadas del prefacio de los dos primeros volúmenes de las obras del doctor Wallis, parece que el señor Leibniz había visto esta parte del prefacio, donde se dice que el señor Newton le había explicado —en el año 1676— el método de fluxiones encontrado por él diez años atrás o antes. Pero Newton nunca reconoció que el señor Leibniz hubiera encontrado su cálculo diferencial antes del año 1677. Y el señor Leibniz mismo en las *Acta Eruditorum* de abril de 1691, pág. 178, reconoce que lo encontró después de regresar a casa desde París para incorporarse a su trabajo, esto es, después del año 1676. Y en cuanto a su pretendido método general de series infinitas, está tan lejos de ser general que es de escaso o nulo uso. No conozco que se haya hecho ningún uso de él sino como una excusa del señor Leibniz para apropiarse de la serie del señor Gregory para cuadrar el círculo.

El señor Leibniz en su respuesta al señor Fatio impresa en las *Actas Eruditorum* del año 1700, pág. 203, escribe esto: «El mismo Newton sabe mejor que nadie, y así lo declaró públicamente cuando en 1687 publicó sus *Mathematica Naturae Principia,* que ciertos descubrimientos geométricos comunes a ambos eran el fruto de las propias reflexiones sin que ninguno de los dos debiera nada al saber del otro, y que yo las había expuesto unos diez años antes —esto es, en 1677—». En los *Principia,* usados como referencia, el señor Newton no reconoció que el señor Leibniz encontrara este método sin la luz recibida por las cartas ya mencionadas del señor Newton, habiendo afirmado el señor Wallis lo contrario sin que se haya refutado o contradicho. Y si el señor Leibniz había encontrado el método sin la asistencia del señor Newton, todavía así es segundo inventor y no tiene derecho alguno.

El señor Leibniz, en susodicha respuesta al señor Fatio, escribió más: «Cuando publiqué, en 1684, los elementos de mi cálculo, no conocía de los descubrimientos de Newton en este campo más que lo que me había enviado por carta, a saber, que podía determinar tangentes sin quitar primero las cantidades irracionales, de lo que Huygens me informó después que él también podía hacer aunque ignorando tal cálculo. Pero tan pronto como vi los *Principia*, percibí que Newton había ido mu-

cho más lejos». Aquí otra vez reconoce que los *Principia* le iluminaron bastante sobre el método del señor Newton, aunque todavía niega que ese libro contenga algo de ese método. Pretendió que antes de que ese libro apareciera, no sabía nada de los descubrimientos del señor Newton más allá de que tenía cierto método de tangentes y que por ese libro tomó conciencia del método de fluxiones del señor Newton. Pero en su carta del 21 de junio de 1677, reconoció que el método del señor Newton valía también para la cuadratura de figuras curvilíneas y que era como el suyo. Sus palabras son: «Soy de la opinión que lo que Newton quiso ocultar acerca del trazado de tangentes no está en desacuerdo con esto. Lo que añade, que sobre esta misma base las cuadraturas son también fáciles de obtener, me confirma en esta opinión: aquellas figuras relacionadas mediante una ecuación diferencial son, seguramente, siempre cuadrables».

El señor Newton, en las tres cartas ya mencionadas —copias de las cuales había recibido el señor Leibniz a través del señor Oldenburg— había declarado que su método era tan general como para determinar, con la ayuda de ecuaciones finitas e infinitas, máximos y mínimos, tangentes, áreas, volúmenes, centros de gravedad, longitudes y curvaturas de líneas curvas y figuras curvilíneas, y esto sin quitar radicales, así como extenderlo a problemas similares para curvas mecánicas, problemas inversos de tangentes y otros más difíciles, y casi cualesquiera problemas excepto quizá algunos numéricos como los de Diofanto. Y el señor Leibniz, en su carta del 27 de agosto de 1676, simuló que no podía creer que el método del señor Newton fuera tan general. El señor Newton, en la primera de estas tres cartas, expuso su método de tangentes deducido del método general, y lo ilustró con un ejemplo, y dijo que este método de tangentes no era sino una rama o corolario de su método general, y similar al método de tangentes de Sluse. Y, de inmediato, el señor Leibniz en su regreso a Alemania desde París a través de Londres y Holanda, fue considerando cómo mejorar el método de tangentes de Sluse y extenderlo para toda clase de problemas, como ya mostramos antes a partir de sus cartas. Y en su tercera carta, el señor Newton ilustró su método con más teoremas y cuadraturas y ejemplos. Había hecho tan gran explica-

ción de su método como para conseguir que el señor Leibniz viera la luz y explicara, en su carta del 21 de junio de 1677, que el método que mandaba en respuesta a la descripción del método del señor Newton coincidía con el método de Sluse en lo concerniente al trazado de tangentes, procediendo sin quitar fracciones e irracionales y facilitando cuadraturas. Por tanto, decir a los alemanes que en el año 1684, año en que publicó por primera vez su método diferencial, de los descubrimientos del señor Newton sólo sabía que tenía un cierto método de tangentes, suena tan absolutamente extraordinario que requiere una explicación.

En ese momento, no explicó de su propio método más que cómo trazar tangentes y determinar máximos y mínimos sin quitar fracciones o irracionales, y como ciertamente sabía que el método del señor Newton hacía todo esto, hubiera sido cuestión de franqueza reconocerlo. Después de que hubiera explicado su propio método, añadió que lo que allí había descrito eran los principios de una más sublime geometría, que alcanzaba los más difíciles y valiosos problemas los cuales sería raro que pudieran ser resueltos sin el cálculo diferencial, o algún otro método *similar*. Para los alemanes fue imposible entender sin un intérprete lo que quiso decir con la palabra *similar*. Debería de haber hecho justicia al señor Newton usando un lenguaje llano e inteligible diciéndole a los alemanes cuál era ese método *similar* y, atendiendo a las noticias que había recibido de Inglaterra, qué extensión y antigüedad tenía. Y reconocer que su propio método no era tan antiguo. Eso habría evitado disputas, y sólo eso habría merecido calificarse de franqueza y justicia. De manera que, en su respuesta a Fatio, decir a los alemanes que en el año 1684, año en que publicó por primera vez los elementos de su cálculo, no sabía nada de un método *similar,* nada de ningún otro método salvo para trazar tangentes, suena tan absolutamente extraño que necesita de una explicación.

Recae también sobre él dar una explicación al mundo de por qué, en sus respuestas al doctor Wallis y al señor Fatio, quienes habían publicado que el señor Newton fue el primer inventor del método por muchos años, no incluyó entre sus reclamaciones ser él el primer inventor, sino que esperó hasta que los viejos matemáticos hubieran muerto y quejarse entonces de

los jóvenes matemáticos como novatos, atacar al mismísimo señor Newton y declinar discutir con ningún otro, a pesar de que el señor Newton en su carta del 24 de octubre de 1676 le había dicho que, por razón de su tranquilidad, había abandonado cinco años antes de esa fecha su proyecto de publicar lo que tenía entonces escrito sobre la materia, e incluso evitar cuidadosamente cualquier disputa sobre materias filosóficas o matemáticas y toda correspondencia sobre esos asuntos que pudiera generar alguna disputa.[36] Y por la misma razón no se ha quejado del señor Leibniz, hasta que se le mostró que había sido acusado de plagio en las *Acta* de Leipzig y que lo que el señor Keill había publicado fue sólo para defenderlo frente a la acusación de culpabilidad de ese crimen.

Se ha dicho que la *Royal Society* juzgó al señor Leibniz sin escuchar a ambas partes.[37] Pero esto es incorrecto, porque to-

36. Es cierto, Newton, que se había visto envuelto esos años en la polémica que suscitó su primera publicación sobre la naturaleza de la luz y los colores (1672), había incluido en la *Epistola posterior* un párrafo con amargas consideraciones sobre los sinsabores y disgustos que le acarrearon la polémica sobre la luz y los colores y las críticas recibidas; se quejaba Newton allí de que inmediatamente después de la publicación «surgieron interrupciones frecuentes debidas a cartas de varias personas —llenas de objeciones y otros asuntos— que me disuadieron del empeño [de publicar más] y lograron que me acusase a mí mismo de imprudencia, porque he sacrificado mi tranquilidad, un asunto de vital importancia para mí, intentando cazar una sombra» [NC II, 1960: 133].

37. Se refiere aquí Newton a las quejas que Leibniz envió a Chamberlain, cuando éste medió en la polémica, en carta fechada el 17 de abril de 1714: «Un señor Keill insertó algo contra mí en una de sus *Philosophical Transactions*. Me sorprendió mucho y solicité por carta al doctor Sloane, secretario de la sociedad, una rectificación. El doctor Sloane me envió un discurso del señor Keill donde justificaba lo que había dicho de una manera que incluso desprestigiaba mi integridad. Lo tomé como una animadversión personal de Keill sin tener la más mínima idea de que la sociedad, e incluso Newton mismo, tomaron parte en ella. Y no mereciendo la pena entrar en una disputa con un hombre mal informado de asuntos pasados y suponiendo también que el señor Newton, él mismo mejor informado de lo que había pasado, me haría justicia, demandé una satisfacción que me era debida. Pero no sé por qué clase de triquiñuela y juego sucio alguien decidió que yo había solicitado juicio a la sociedad, sometiéndome a su jurisdicción, cosa en que nunca pensé. Si se hubiera actuado con justicia, se me habría informado de que la sociedad quería examinar a fondo el asunto, y se me debía haber dado la oportunidad de de-

davía no se ha emitido un juicio sobre el asunto. El señor Leibniz sí que quería que la *Royal Society* condenara al señor Keill sin escuchar a ambas partes, y por la misma clase de justicia ellos podrían haber condenado al señor Leibniz sin escuchar a ambas partes, porque tienen igual autoridad sobre ambos. Y cuando el señor Leibniz declinó acreditar sus cargos contra el señor Keill, la *Royal Society* podría en justicia haberle censurado por esto. En cambio, nombraron un comité para buscar y examinar en los documentos y cartas antiguos que todavía se conservaran sobre estos asuntos, y elaborar un informe sobre los hechos según consten en esas cartas y documentos. No fueron nombrados para examinar a los señores Leibniz y Keill, sino sólo para informar sobre lo que encontraran en las cartas y documentos antiguos y quien consulte su informe lo encontrará justo. El comité era nutrido, experto y compuesto por caballeros de varias naciones, y la *Royal Society* quedó satisfecha con su fidelidad examinando las firmas y otros pormenores, e imprimiendo lo que encontraron en las cartas y documentos antiguos que examinaron, sin añadir, omitir o alterar nada a favor de ninguna de las partes.[38] Las cartas y documentos se conser-

clarar si expondría mis razones y si consideraba sospechoso a alguno de los jueces. Así, se han pronunciado después de haber escuchado a una sola de las partes, de tal forma que la nulidad del procedimiento es manifiesta». [NC VI, 1976: 105]. Leibniz incluyó las mismas quejas, junto con una denuncia de que no se le comunicara la composición del comité, en la *Historia et origo.*

38. Ya se dijo en una nota anterior quiénes componían el comité que nombró la *Royal Society,* y que su composición no se conoció hasta que a mediados del siglo XIX la hiciera pública Augusto de Morgan. Sí constaba en el informe emitido por el comité los miembros que tenían que encargarse de llevar a la imprenta las cartas y documentos que finalmente conformaron el *Commercium.* Así, en el mismo informe del comité se lee: «Sometemos al juicio de la sociedad si los extractos de cartas y documentos aquí presentes, junto con lo que se conserva referente al mismo propósito en el tercer volumen del doctor Wallis, deben o no hacerse públicos. Con este informe la sociedad estuvo de acuerdo, sin que nadie se opusiera, y se ordenó que todo el asunto desde el principio, con los extractos de todas las cartas implicadas, y las de los señores Keill y Leibniz, sean publicadas todo lo rápidamente que se pueda, junto con el informe del dicho comité. Se ordenó que se consultara a los señores Halley, Jones y Machin, sobre si querían estar al cuidado de dicha impresión —encargo que aceptaron— y que el señor Jones hiciera una estimación del coste para la siguiente reunión» [NC V, 1975: xxvii].

van, por orden de la *Royal Society*, para que puedan ser consultados y comparados con el *Commercium Epistolicum* a conveniencia de quien lo requiera. Y, mientras tanto, yo[39] me tomo la libertad de informarle de que acusando a la *Royal Society* de injusta y de dictar sentencia contra él sin escuchar a ambas partes, ha transgredido uno de sus estatutos que establece la expulsión por difamación.

La filosofía que el señor Newton en sus *Principia* y *Opticks* ha perseguido es experimental;[40] y no es asunto de la filosofía experimental enseñar las causas de las cosas más allá de lo que pueden ser comprobadas mediante experimentos. No vamos a lle-

39. Ésta es la única ocasión en que Newton usó la primera persona. Fue tal vez un *lapsus freudiano,* Newton, que por entonces llevaba doce años como todopoderoso presidente de la *Royal Society,* no pudo evitar escribir en primera persona para amenazar a Leibniz con la expulsión de la sociedad.

40. En las tres últimas páginas del *Account,* Newton saca a colación las críticas que Leibniz le dirigió sobre su filosofía natural, principalmente sobre la causa o razón de la gravedad. Leibniz había afirmado que Newton convirtió la gravedad en una propiedad oculta del mismo tipo animista que las consideradas por los escolásticos para explicar el movimiento de los cuerpos. Newton, consciente de la debilidad que, efectivamente, suponía no haber explicado la causa de la gravedad se defiende de la única manera posible, apelando a que lo único realmente importante es su cuantificación y su valor predictivo, en la misma línea que usó en el escolio general que añadió al final de la segunda edición de los *Principia.* Son muchas las veces que Newton expresó su escepticismo sobre la acción a distancia, incluso en el vacío, de la gravedad, insistiendo en que lo que le interesaba no era la esencia de la gravedad sino sus efectos; por ilustrar, citamos aquí una de esas ocasiones que se remonta al año 1693 y es de una carta que Newton envió a Bentley: «Es inconcebible que la materia bruta inanimada opere y afecte —sin la mediación de algo más que no es material— sobre otra materia sin contacto mutuo, como debería ser si la gravitación en el sentido de Epicuro fuera esencial e inherente a ella. Y ésta es una de las razones por las que deseo que usted no me adscribiese a mí la gravedad innata. Que la gravedad sea innata, inherente y esencial a la materia de manera que un cuerpo pueda actuar sobre otro a distancia a través del vacío sin mediación de algo más mediante lo cual su acción o fuerza pueda ser trasmitida de una a otra, me parece un absurdo tan grande que no creo que pueda caer jamás en ella ningún hombre que tenga en asuntos filosóficos facultad y pensamientos de alguna competencia. La gravedad debe ser causada por un agente actuando de manera constante de acuerdo a ciertas leyes, pero si este agente es material o inmaterial es una cuestión que yo he dejado a la consideración de mis lectores» [NC III, 1961: 253-254].

nar esta filosofía con opiniones que no puedan ser comprobadas mediante fenómenos. En esta filosofía las hipótesis no caben, salvo como conjeturas o preguntas propuestas para ser determinadas mediante experimentos. Por esta razón, el señor Newton en su *Opticks* distinguió entre aquellas cosas que fueron confirmadas mediante experimentos de aquellas otras cosas que permanecieron inciertas y que, en consecuencia, propuso al final de su *Opticks* en forma de interrogantes. Por esta razón, en el prefacio de sus *Principia*, cuando había mencionado los movimientos de los planetas, de los cometas, de la luna y del mar, tal como se deducían de la gravedad en este libro, añadió: «Ojalá que fuera posible deducir los demás fenómenos de la naturaleza a partir de principios mecánicos con el mismo género de argumentación, pues muchas cosas me mueven a sospechar que puedan depender todos ellos de ciertas fuerzas con las que las partículas de los cuerpos, por causas aún desconocidas, bien se atraen unas a otras uniéndose según figuras regulares, bien huyen y se separan unas de otras; y, siendo estas fuerzas desconocidas, en vano los filósofos hasta ahora intentaron acercarse a la naturaleza».[41]

Y al final de este libro en la segunda edición, dijo que por falta del suficiente número de experimentos, se abstenía de describir las leyes de acción del espíritu o agente que ejecuta esta atracción. Y por la misma razón no dijo nada sobre la causa de la gravedad, no habiendo experimentos o fenómenos por los que pudiera probar cuál era su causa. Y esto lo ha declarado profusamente en sus *Principia*, cerca de su inicio con estas palabras: «Puesto que no considero aquí las causas y las bases físicas de las fuerzas»,[42] y un poco después: «Utilizo unas por otras, e indiferentemente, las palabras atracción, impulso, tendencia de cualquier tipo a un centro, y lo hago considerando a tales fuerzas, no en su aspecto físico, sino sólo en el matemático. De ahí que cuide el lector de no creer que con estas palabras yo esté definiendo algún género o modo de acción o causa o propiedad

41. La cita anterior, junto con las que siguen de los *Principia*, han sido tomadas de la versión castellana de los *Principia* de Eloy Rada publicada en Alianza Editorial [Newton, 1987: 98-99].

42. La frase viene antecedida de un aún más claro: «Tal concepto es meramente matemático».

física, o que estoy atribuyendo a los centros —que son puntos matemáticos— verdaderas fuerzas físicas, si me hallare diciendo que los centros atraen o que las fuerzas son centrales».[43] Y hacia el final de su *Opticks:* «No examino aquí cómo se puedan realizar esas atracciones [cf. gravedad, magnetismo y electricidad]. Lo que denomino atracción puede realizarse mediante un impulso o cualesquier otros medios que me resultan desconocidos. Aquí, empleo esa palabra tan sólo para señalar en general cualquier fuerza por la que los cuerpos tiendan unos hacia otros, sea cual sea su causa, pues hemos de aprender de los fenómenos de la naturaleza qué cuerpos atraen a otros y cuáles son las leyes y propiedades de la atracción, antes de preguntarnos por la causa que produce semejante atracción».[44]

Y un poco después menciona las mismas atracciones como fuerzas que mediante fenómenos se manifiestan en la naturaleza aunque sus causas no sean todavía conocidas; y las distingue de cualidades ocultas que se suponen fluyendo por las formas específicas de las cosas. Y en el escolio al final de sus *Principia*, después que ha mencionado las propiedades de la gravedad, añade: «Pero no he podido todavía deducir a partir de los fenómenos la razón de estas propiedades de la gravedad y yo no imagino hipótesis. Pues lo que no se deduce de los fenómenos, ha de ser llamado Hipótesis; y las hipótesis, bien metafísicas, bien físicas, o de cualidades ocultas, o mecánicas, no tienen lugar dentro de la Filosofía experimental [...] Y bastante es que la gravedad exista de hecho y actúe según las leyes expuestas por nosotros y sea suficiente para todos los movimientos de los cuerpos celestes y de nuestro mar».[45]

Y después de todo eso, uno se puede preguntar si el señor Newton tendría que ser desprestigiado por no explicar las causas de la gravedad y otras atracciones por hipótesis; como si fuera un crimen haberse contentado con certezas dejando las incertidumbres solas. Y todavía los editores de las *Acta Eruditorum,* (a)* han dicho al mundo que el señor Newton niega que

43. [Newton, 1987: 126].
44. [Newton, 1977: 325].
45. [Newton, 1987: 785].
* Año 1714, mes de marzo, 141-142.

la causa de la gravedad es mecánica, y que si el espíritu o agente por el que la atracción eléctrica se produce no fuera el éter o la materia sutil de Descartes es de menos valor que una hipótesis o, quizá, lo que pueda ser el principio del espíritu de la naturaleza del doctor Henry More;[46] y (b)* el señor Leibniz le ha acusado de hacer de la gravedad una propiedad natural o esencial de los cuerpos y una cualidad oculta y milagrosa. Y con esta bufonada están persuadiendo a los alemanes de que el señor Newton quiere que le juzguen y que no fue capaz de inventar el método infinitesimal.

Debe ser entendido que estos dos caballeros difieren muchísimo en filosofía.[47] Uno procede sobre la evidencia que originan los experimentos y fenómenos, y se detiene donde falta tal evidencia; el otro asume hipótesis y las propone, no para ser examinadas con experimentos, sino para ser creídas sin examen. El que quiere experimentos para decidir la cuestión, no afirma si la causa de la gravedad es o no mecánica, mientras que el otro sostiene que es un perpetuo milagro si no es mecánica. Mientras que uno —por vía de la indagación— la atribuye al poder del Creador y asegura que hasta las más minúsculas partículas de materia son firmes, el otro atribuye la firmeza de la materia a movimientos planeados y denomina milagro perpetuo si la causa de su firmeza no es otra que mecánica. Uno no afirma que el movimiento animal del hombre es puramente mecá-

46. Se ha traducido la frase de Newton, *the hylarchic principle of Dr. Henry More,* por *el principio del espíritu de la naturaleza del doctor Henry More,* toda vez que desconozco la palabra castellana para *hylarchic* —si es que existe—, prefiriendo por tanto utilizar una paráfrasis equivalente.

* En el tratado *De Bonitate Dei* y en la carta al doctor Hartsoeker y coartada.

47. Y tanto difirieron que a la polémica sobre la prioridad del cálculo se le superpuso, durante el último año de vida de Leibniz, otra sobre metafísica y filosofía natural. En este caso el contendiente newtoniano fue el reverendo Samuel Clarke, amigo de Newton y arriano convencido como él, mientras que Leibniz defendió su propia causa, sirviendo su buena amiga Carolina, princesa de Gales, de regio intermediario. Una parte de los argumentos que Newton expone en estas tres últimas páginas del *Account* fueron después usados también por Clarke en su disputa con Leibniz —hay edición castellana, de Eloy Rada, del intercambio epistolar entre Leibniz y Clarke: [Leibniz-Clarke, 1980].

nico, mientras que el otro enseña que es puramente mecánico, el alma o la mente —de acuerdo con la hipótesis de una *Harmonia Praestabilita*— nunca actúa sobre el cuerpo para alterar o influir sus movimientos. Mientras uno enseña que Dios —el Dios en quien creemos y bajo el que nos movemos y en quien tenemos nuestra existencia— es omnipresente, pero no como un alma del mundo; el otro enseña que no es el alma del mundo sino *Intelligentia Supramundana*, una inteligencia por encima de los límites del mundo; de donde parece seguir que no puede hacer nada dentro de los límites del mundo salvo por un increíble milagro. Mientras uno enseña que los filósofos tienen que argumentar de los fenómenos y los experimentos a sus causas, y entonces de las causas de esas causas, y así hasta que lleguemos a la primera causa, el otro enseña que todas las acciones de la primera causa son milagros, y que todas las leyes impresas en la naturaleza por el deseo de Dios son milagros perpetuos y cualidades ocultas y, por tanto, no deben ser consideradas en filosofía. ¿Pero deben las constantes y universales leyes de la naturaleza, tanto si derivan del poder de Dios o de la acción de una causa que todavía no conocemos, ser llamadas milagros y cualidades ocultas o, dicho de otra forma, *perplejidades y absurdos?* ¿Deben todos los argumentos para un Dios tomados de los fenómenos de la naturaleza ser desacreditados como *nombres nuevos y difíciles?* ¿Y debe la filosofía experimental ser desacreditada como *milagrosa* y *absurda*, porque no asevera nada más que lo que pueda ser demostrado mediante experimentos, y que todavía no podemos demostrar mediante experimentos que todos los fenómenos de la naturaleza pueden ser resueltos por medio de causas mecánicas? Ciertamente estas cosas merecen ser mejor consideradas.

HISTORIA Y ORIGEN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

De suma utilidad es conocer los orígenes verdaderos de invenciones memorables, señaladamente de aquellas con que no se diera por acaso sino a fuerza de meditar. No tan sólo por que la historia de las letras tribute sus alabanzas a alguno e invite a los demás a ganarlas semejantes, sino también por que cobre auge el arte de la invención, conocida por vía de ejemplos ilustres. Cuéntase entre los más nobles de estos tiempos un nuevo género de análisis matemático, conocido por el nombre de cálculo diferencial, cuya constitución se tiene ya por suficientemente explicada, pese a no tenerse aún pública noticia de su origen ni de por cuáles razones se viniera a dar con él. Tal hizo el autor casi cuarenta años atrás, y dejado reposar nueve años,[1] lo sacó a la luz hace casi treinta, viniendo a ser celebrado no sólo por elogios sino por su uso de entonces a esta parte, cuando tantos preclaros hallazgos por obra suya sobresalen y se tienen sacados a la luz en comentarios, principalmente en las Actas de los Eruditos de Leipzig y luego en la Academia Real de las Ciencias, como para que semeje nacida de él con nuevo rostro la matemática. Sin que ninguno dudara de su verdadero inventor hasta que poco ha ciertos advenedizos, en el año del Señor de 1712, sea por ignorancia de las letras de anteriores tiempos, sea por envidia, sea en la esperanza de ganar fama por un litigio, sea en fin por adulación, alzáronle al autor un émulo por cuyas alabanzas en este asunto le vino a aquél no poca mengua, pues entonces éste parecía tener sabido más de lo averiguado luego. Y fuera obrar con astucia, que difirieron mover pleito hasta haber

1. Según aconseja Horacio para todo manuscrito, *nonum prematur in annum* NT.

fallecido los enterados de estos asuntos, Huygens, Wallis, Tschirnhaus y otros cuyos testimonios pudieren refutarles.[2] De fijo es ésta entre otras una razón por que hanse introducido en derecho prescripciones temporales, que con culpa o dolo de parte puédense dilatar las reclamaciones hasta que caduquen para la contraria los argumentos con que pudiera valerse. Trocaron también aquéllos el punto en controversia, pues en ese escrito que con el nombre de *Comercium Epistolicum Johannis Collinsii* editaran en la idea de hacer dudosa la palma de Leibniz, de cálculo diferencial, apenas nada: que forman una y otra página series de aquellas que llaman infinitas.[3] Tales, halladas por división, hízolas públicas el primero Nicolás Mercator de Holstein, mas en general, por extracción de raíces, Isaac Newton. Útil es el hallazgo, y trae aproximaciones aritméticas al cálculo analítico, mas nada al cálculo diferencial. Gástanse también este sofisma, que cada vez que ese émulo indaga alguna cuadratura mediante adición de aquellos tantos en que aumenta gradualmente la figura, al punto claman usarse ahí cálculo diferencial —verbigracia, pág. 15 del *Commercium*—. Mas si así fuera, cálculo de diferencias hubiéranlo tenido ya Kepler —en el *Stereometria Doliorum*—, Cavalieri, Fermat, Huygens, Wallis, y quién no de cuantos trataran esos indivisibles o infinita-

2. Sobre este listado de muertos, me remito a lo dicho en las correspondientes notas de la *Charta volans* y en el *Account* cuando los difuntos aparecieron por esos escritos.

3. Leibniz pronto expone lo que considera la primera clave de todo el asunto: lo que él recibió de Newton, y de otros matemáticos británicos, en su intercambio epistolar con Oldenburg y Collins fue sobre series infinitas, pero no sobre el cálculo diferencial o integral —y de esta forma acabará también la *Historia et origo*—. En este sentido, conviene recordar que en las *Epistolae prior* y *posterior*, Newton nunca usó la expresión *fluxión* o *fluente*, ni hizo referencia a los infinitesimales, y las referencias a las aplicaciones implicaban siempre el uso de series; así se lee, por ejemplo, en la *Epistola prior:* «Cómo se determinen, a partir de ecuaciones así reducidas a series infinitas, área y longitud de curvas, contenido y superficie de sólidos, o de segmentos cualesquiera de una figura cualquiera, así como su centro de gravedad; y cómo se pueda también reducir a ecuaciones entre series infinitas de ese tipo toda curva mecánica y, por ende, resolver los problemas en torno a las mismas como si geométricas fueren, son ésos extremos que sería sobremanera largo describir, con que baste reseñar algunas muestras de tales problemas» [Newton, 2003: 70].

mente pequeños. Mas Huygens, que con certeza no ignoraba tales métodos de fluxiones con que éstos innovan o se jactan, fue de equidad bastante para reconocer amanecida una nueva luz para la geometría en ese cálculo, y haber ensanchado éste admirablemente sus límites. Y en verdad a nadie antes de Leibniz habíasele venido en mente establecer algoritmo alguno para un cálculo nuevo merced al cual se librara la imaginación de una perpetua atención a las figuras, lo que hicieran Vieta y Descartes en la geometría común o de Apolonio, pero de tal suerte que Descartes excluyera expresamente de su cálculo extremos más elevados pertenecientes a la geometría de Arquímedes, y las líneas que llamara mecánicas. Mas en el cálculo nuevo de Leibniz todo cuanto es geometría queda sujeto a cálculo analítico, y aquellas líneas mecánicas de Descartes, idénticas a las trascendentes, son asimismo reducidas a ecuaciones locales considerando funciones de x las diferencias dx, ddx, etc., y las inversas de las sumas de éstas, e introduciéndolas así en el cálculo, cuando antes no se aplicaran otras funciones de cantidades que x, xx, x^3, $\sqrt{x}$, etc., o potencias y raíces. De donde puédese entender que quien expresare esas cantidades mediante o,[4] como Fermat, Descartes, y ese mismo émulo de Leibniz en sus Principios editados en 16..., hallaríase lejísimos del cálculo diferencial, comoquiera que así no pueden discernirse ni grados de diferencia ni funciones diferenciales de diversas cantidades. Así pues, de cosas tales practicadas por alguno antes de Leibniz no existe hasta ahora ni aun el menor vestigio. Y con el mismo derecho con que sus adversarios ahora reivindican tales cosas para Newton podría alguno reivindicar el cálculo de Descartes para Apolonio, quien tuvo lo sustancial del cálculo mas no el cálculo mismo.[5] De donde también que nuevas cosas de las halladas

4. He preferido sustituir el 0 usado en la edición de Gerhardt de la *Historia et origo* por el más conveniente símbolo para los infinitésimos: o.

5. Ahora le ha tocado el turno a lo que según Leibniz era la segunda clave del asunto: la notación. Ya comenté en el estudio preliminar la importancia que tuvo la notación en la disputa; en el *Account* se vio cómo Newton llegó a alterar la fecha de la composición del *De Quadratura curvarum* para adelantar unos años su notación de los puntos. Sabiendo que la notación estaba de su parte, Leibniz acaba de explicar que su notación supuso una segunda revolución con respecto a la producida por la geometría analítica —y

por cálculo diferencial quedaran ocultas a los discípulos de Newton, quienes ni pudieron presentar algunos de sus elementos ni tampoco evitar paralogismos en tanto no se hubo difundido el cálculo leibniziano, como échase de ver en los afanosos empeños de David Gregory con la catenaria. Estos amigos de pleitos han osado empero abusar del nombre de la Real Sociedad Inglesa, la cual se hubo de ocupar después de significar que en nada se había pronunciado definitivamente, que es también digno de su equidad, comoquiera que no tuviese oídas a las dos partes y la de nuestro autor no supiese siquiera llegada la causa ante la sociedad; y otrosí, haberse de comunicar a éste los nombres de aquellos a quienes había de encomendarse hacer relación del caso, de modo que pudieran ser recusados o instruidos.[6] Y no admirado del argumento, sino ofendido en su buena fe por el fingimiento, juzgó a los tales indignos de respuesta, teniendo por cierto ser vano litigar ante gentes ayunas en esa doctrina —esto es, la mayor parte de los lectores—, mientras los entendidos, discutida la cosa, fácilmente habrían de reconocer la iniquidad de las imputaciones. A que sumábase estar ausente de su casa cuando estas cosas fueron divulgadas por sus adversarios, y regresado tras un bienio y distraído por otros negocios, no pudo recobrar ni consultar restos de su antiguo comercio epistolar por donde pudiera instruirse él mismo de cosas hechas en tiempos tan lejanos, más de cuarenta años ha; pues no había conservado copias de cartas y otros escritos suyos de antaño, los

---

no es casual la elección que ha hecho Leibniz de la geometría analítica como modelo, donde las cuestiones de la notación no son precisamente baladíes—; una profundización, en suma, en el manejo algebraico-analítico de las curvas.

6. Leibniz se refiere a las circunstancias de la elaboración por parte de la *Royal Society* del *Commercium Epistolicum*. En particular se queja de que no se le diera a conocer la composición del comité que, como ya se explicó en el estudio preliminar y en la anotación del *Account,* fue mantenido en secreto y no se supo hasta mediados del siglo XIX cuando Augusto de Morgan lo hizo público; no procede aquí por tanto dar más detalles, como tampoco se han dado en lo relativo al error de David Gregory con la catenaria —véase lo dicho en la anotación de la *Charta volans*—, ni se darán cuando, unas líneas más adelante, Leibniz se refiera a su amigo el *matemático principal* —a quien Leibniz dejará aquí en el anonimato—, ni a la *Charta volans* —cuya autoría adjudicará Leibniz aquí a otro incondicional, e inexistente, amigo.

llegados a manos de Wallis en Inglaterra editolos éste con su consentimiento en el tomo tercero de las Obras, y la mayor parte no los tenía. No faltaron empero amigos que cuidaran de su buena fama, y *un matemático principal de nuestro tiempo, expertísimo en esas materias y ajeno a toda afición por alguna de las partes*, cuya benevolencia tratara en vano de captar engañosamente la parte contraria mediante artimañas, proclamaba con sencillez las razones que añadíanse a su propio juicio y públicamente hacía saber, no con igual sencillez, que parecíale no sólo no haber hallado aquel émulo el cálculo diferencial, pero ni siquiera haberlo entendido satisfactoriamente. También otro amigo del inventor sacó a la luz ésta y otras cosas en breves cédulas por enfrenar vanas jactancias. Pero más valor tuviera dar a conocer por qué camino y razones vino su inventor a dar con ese nuevo género de cálculo; que en verdad ignorábanse públicamente hasta la fecha, pudiera ser que aun por aquellos mismos que quieren venir a ser parte en el hallazgo, esas cosas que decidiera, así pues, exponer por sí mismo, transmitir los progresos de sus estudios del análisis, en parte de memoria y en parte sacado de escritos, junto con cualquier resto de viejas cuartillas, y con las mismas iluminar con justicia en un librito la historia de esta matemática más profunda y por qué arte dar con ella. Mas como entonces no pudiera hacerse por ocupaciones necesarias, permitió que entretanto se diera a la luz por obra de amigos suyos este compendio, parte de aquello que ha de ser dicho, y satisfacer así en algo la curiosidad pública.[7]

Acaeció que en la primera flor de su edad el autor de ese análisis nuevo juntara a los estudios de historia y jurisprudencia cierto genio innato para meditaciones más profundas, y entre otras se deleitara en propiedades y combinaciones de los números, y aun editara en el año del Señor de 1666 un libelo *De arte combinatoria*,[8] que más tarde recusara él mismo, por ser reedi-

7. Como en tantas otras ocasiones, Leibniz escribió la *Historia et origo* pretendiendo que fuera un escrito anónimo, de ahí la un tanto grotesca explicación que acaba de dar sobre los supuestos amigos que le han defendido con sus escritos en la polémica; en realidad, salvo el *matemático principal* todos los demás amigos anónimos mencionados aquí por Leibniz son ficticios.

8. Con veinte años escribió Leibniz este tratado de lógica donde expone lo que luego sería una idea recurrente en su vida: la universalidad del razona-

tado sin consultarle. Y que a vueltas con la lógica advirtiera, mozo aún, ir a parar la última verdad del análisis dependiente de razón en estas dos solas cosas, las únicas primitivas e indemostrables entre las necesarias, a saber, definiciones y verdades idénticas; y como se le objetara ser tales verdades inútiles perogrulladas, mostraba él lo contrario con experimentos, y entre otras cosas demostraba aquel magno axioma, ser el todo mayor que parte suya, mediante un silogismo cuya mayor fuera una definición, y cuya menor, una proposición idéntica. Pues si de dos cosas una es igual a parte de la otra, llámase a aquélla menor, mayor a ésta, sea ésta la definición. Por ende, si a esa definición juntamos este axioma idéntico e indemostrable, que todo lo dotado de magnitud es igual a sí mismo, como $A = A$, nace silogismo tal como éste: aquello que es igual a parte de otro, es menor que eso otro —por la definición—; la parte es igual a parte del todo —y a sí misma, claro está, por verdad idéntica—, luego la parte es menor que el todo. Q.E.D. De donde siguiendo adelante observó que de esto, $A = A$ o $A - A = 0$, en todo caso idéntico y a primera vista se diría baladí, surgía cierta propiedad pulquérrima de las diferencias, ser en efecto

$$A - \underbrace{A + B}_{+L} - \underbrace{B + C}_{+M} - \underbrace{C + D}_{+N} - \underbrace{D + E}_{+P} - E = 0$$

miento lógico y la necesidad de un simbolismo universal —*characteristica universalis*— para expresarlo; en sus propias palabras: «Un método general en el que todas las verdades de la razón serían reducidas a un género de cálculo. Que al mismo tiempo sería una cierta clase de lenguaje o escritura universal». Leibniz fue un precursor de la lógica que siglos después desarrollarían Boole, Frege, Peano, Whitehead o Russell; así lo reconocía Gödel: «La lógica matemática [...] es una ciencia previa a todas las demás, que contiene las nociones y principios que subyacen al resto de las ciencias. Leibniz fue el primero en concebir la lógica matemática en este sentido, en su *characteristica universalis*, de la cual habría constituido una parte central. Pero su idea de un cálculo lógico realmente suficiente para abarcar los razonamientos de las ciencias exactas no fue llevada a la práctica hasta casi dos siglos después; por obra de Frege y Peano» [Gödel, 1981: 297].

Si ahora se pone ser A, B, C, D, E cantidades crecientes, y llámase L, M, N, P a sus diferencias próximas $B-A$, $C-B$, $D-C$, $E-D$, de aquí se hace que
$A+L+M+N+P-E=0$ ó $L+M+N+P=E-A$ esto es, ser igual la suma de tantas diferencias próximas cuantas se quiera a la diferencia entre los términos extremos. Por dar un ejemplo, asuman el puesto de A, B, C, D, E, F los números cuadrados 0, 1, 4, 9, 16, 25 y pasarán a ocupar el lugar de las diferencias los números impares 1, 3, 5, 7, 9

```
0   1   4   9   16   25
  1   3   5   7    9
```

donde es patente ser $1+3+5+7+9=25-0=25$, y $3+5+$ $+7+9=25-1=24$, y tener lugar eso mismo cuantos quiera que sean los términos de diferencias, y cualesquiera se tomen por términos extremos. Y deleitado por observación tan fácil y gozosa tentaba nuestro adolescente series numéricas varias, y pasaba adelante hasta diferencias segundas, o diferencias de diferencias, y a terceras, o diferencias entre diferencias de diferencias, y así más. Y observaba desvanecerse las diferencias segundas de los números naturales, o tomados en orden desde 0, desvanecerse las diferencias terceras de sus cuadrados, las cuartas, de sus cubos, las quintas, de sus bicuadrados, las sextas, de los *surdesólidos*,[9] y así en adelante; y ser de continuo diferencia primera de los naturales 1, segunda de los cuadrados, $1 \cdot 2 = 2$,[10] tercera de los cubos, $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, cuarta de los bicuadrados,

9. *Surdesólido* significa la potencia quinta. Moris Cantor atribuye el nombre a Deschasles, mientras que Wallis lo atribuye a Oughtred. Véase para más detalles [Child, 1920: 32 n. 62].

10. El uso del punto para denotar la multiplicación fue invento de Leibniz, quien el 29 de julio de 1698 escribió a Juan Beronulli: «No me gusta el signo × para denotar la multiplicación, pues es fácil de confundirlo con *x*; .[...] a menudo indico la multiplicación interponiendo un punto entre dos cantidades $ZF \cdot LM$» [Cajori I, 1928: 267]. Obsérvese en la página 181 del *Account*, donde se reproduce una página del *De Analysi*, que efectivamente cuando el signo × se usa en conjunción con la letra *x* —que denota una variable— se produce cierta confusión; el uso del signo × que Newton usó en el *De Analysi* lo tomó de primera mano de la *Clavis mathematicae* de William Oughtred, a quien se debe la invención de esta notación.

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, quinta de los *surdesólidos*, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 129$, y así en adelante; cosas ya observadas por otros, sí, pero que nuevas para él invitaban fácilmente a su gozo a seguir adelante. Mas ante todo meditaba en lo que llamaba números combinatorios, de los cuales es bien conocida esta tabla donde la serie horizontal o vertical

1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6
1	3	6	10	15	21
1	4	10	20	35	56
1	5	15	35	70	126
1	6	21	56	126	252
1	7	28	84	210	462
		etc.	*etc.,*		

precedente siempre contiene las diferencias primeras de la primera serie siguiente, las segundas de la segunda siguiente, las terceras de la tercera siguiente, etc., y cualquier serie horizontal o vertical contiene las sumas de la primera serie precedente, las sumas de las sumas o sumas segundas de la segunda serie precedente, las terceras de la tercera, etc. Pero también, por añadir algo acaso no corriente hasta entonces, sacaba algunos teoremas generales como los siguientes. Al decrecer la serie *a, b, c, d, e, etc.,* hasta infinito, son sus términos

términos	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*etc.*				
diferencias 1.ª		*f*	*g*	*h*	*i*	*k*	*etc.*			
diferencias 2.ª			*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*etc.*		
diferencias 3.ª				*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*etc.*	
diferencias 4.ª					β	γ	δ	ε	ν	*etc.*
etc.					λ	μ	ν	ρ	σ	*etc.*

donde puesto por término primero *a*, por último, *w*, venía a dar con que

$$a - w = 1f + 1g + 1h + 1i + 1k + etc.$$
$$a - w = 1l + 2m + 3n + 4o + 5p + etc.$$
$$a - w = 1q + 3r + 6s + 10t + 15u + etc.$$

$$a - w = 1\beta + 4\gamma + 10\delta + 20\varepsilon + 35\upsilon + etc.$$
$$etc.$$

y viceversa,

$$a - w = \left\{ \begin{array}{lllll} +1f & & & & \\ & -1l & & & \\ +1f & & +1q & & \\ & -2l & & -1\beta & \\ +1f & & +3q & & +1\lambda \\ & -3l & & -4\beta & \\ +1f & & +6q & & etc. \\ & -4l & & etc. & \\ +1f & & etc. & & \\ & etc. & & & \\ etc. & & & & \end{array} \right.$$

De donde, hablando al estilo por él introducido más adelante y llamando y a un término de la serie (en cuyo caso también $a = y$), valdrá llamar dy a la diferencia primera, ddy a la segunda, d^3y a la tercera, d^4y a la cuarta; y llamando a otro de entre los términos de otra serie x, valdrá llamar a la suma de éstos $\int x$, y $\int\int x$ a la suma de sus sumas o suma segunda, y $\int^3 x$ a la suma tercera, y $\int^4 x$ a la suma cuarta. Supuesto luego ser 1 + + 1 + 1 + 1 + *etc.* = x, o ser x números naturales de los que $dx = 1$, entonces

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 \; etc. = \int x$$
$$\text{y } 1 + 3 + 6 + 10 + etc. = \int\int x$$
$$\text{y } 1 + 4 + 10 + 20 + etc. = \int^3 x$$
$$\text{y } 1 + 5 + 15 + 35 + etc. = \int^4 x$$

y así en adelante. De donde será al cabo

$$y - w = d\,y \cdot x - ddy \cdot \int x + d^3\,y \cdot \int\int x - d^4\,y \cdot \int^3 x + etc.,$$

que es = y, supuesto continuarse hasta infinito, o hacerse $w = 0$. De donde se sigue la suma de la misma serie, o

$$\int y = y \cdot x - dy \cdot \int x + ddy \cdot \iint x - d^3 y \cdot \int^3 x + etc.$$ [11]

Teoremas que tienen de egregio haber lugar por igual en uno y otro cálculo diferencial, tanto en el numérico como en el infinitesimal, de cuya distinción diremos más abajo.

Pero la aplicación de verdades numéricas a la geometría y también la consideración de series infinitas eran a la sazón totalmente ignotas para nuestro mozo, quien dábase por satisfecho con observar complacido cosas tales en series de números. Nada tenía de la geometría, fuera de vulgarísimos preceptos prácticos, y apenas miraba a Euclides con atención suficiente, metido de plano en otros estudios. Hasta que fue a dar por azar, empero, con la *Amoenior Curvilineorum Contemplatio* de Vicente Leotaud, donde el autor trataba de varias cuadraturas de lúnulas, y con la *Geometria Indivisibilium* de Cavalieri, en que

11. Esto es una versión de lo que hoy llamamos fórmula de Taylor que éste publicó en su libro *Methodus incrementorum directa et inversa* en 1715. La forma en que Leibniz la expone aquí es algo truculenta, pues desde luego Leibniz no dispuso de esta fórmula en la época cuando hizo sus primeras investigaciones con series de números —1672, al inicio de su estancia en París—. Quien sí pudo tener tal fórmula en 1671 fue James Gregory; así lo leemos en la introducción que H.W. Turnbull escribió en 1938 con ocasión del tercer centenario del nacimiento del matemático escocés: «Para Gregory, el año 1670 estuvo lleno de actividad creativa —el descubrimiento del teorema general de interpolación, del teorema general del binomio, y sus muchas aplicaciones— pero el clímax ocurrió en la primera quincena de febrero de 1671 cuando dio con uno de los teoremas más importantes de todas las matemáticas y, en consecuencia, anticipándose a Brook Taylor, a quien es usualmente atribuido, en más de cuarenta años. Aunque Gregory retuvo el método en sí, envió los resultados con él logrados a Collins en una carta fechada el 15 de febrero de 1671: pero por una maravillosa casualidad, las notas bosquejadas en la caligrafía de Gregory pueden realmente ser leídas sobre las descoloridas hojas de una carta fechada el 30 de enero de 1671, de un tal Gideon Shaw, un librero que vivía al pie de las *Ladies' Steps* en Edimburgo. Estas notas son el testigo silencioso pero cierto que da a Gregory el derecho a estar junto con Barrow, Newton y Leibniz como principal descubridor del cálculo diferencial» [Gregory, 1939: 12-13]. El teorema sería después redescubierto por Newton que lo incluyó en una versión revisada de su *De Quadratura curvarum* redactada entre 1691 y 1692 —véase [Newton VII, 1976: 98]—; aunque el resultado no fue publicado en la versión reducida del *De Quadratura* que vio la luz como apéndice de la *Opticks*; también por Juan Bernoulli, que sí lo publicó en las *Acta Eruditorum* en 1694.

examinadas un tanto deleitábale la facilidad de los métodos, mas sin ánimo alguno de sumergirse en aquella matemática más profunda, pues se disponía a entregarse a otros menesteres estudiando física y mecánica práctica, que puede colegirse de haber editado luego su opúsculo *Hypotheseos physicae*. Habíasele admitido a la sazón en el Consejo de Revisión del Eminentísimo elector de Maguncia, gracioso y prudentísimo príncipe —quien reclamara junto a sí al joven cuando estaba por partir más lejos—, y solicitada su venia para continuar viaje, pasó a Lutecia de los parisinos en el año del Señor de 1672. Allí vino a tener noticia de un excelso varón con quien siempre ha declarado estar en deuda como con otros matemáticos, Christian Huygens, quien quiso la fortuna sacara por entonces a la luz su obra *De Pendulis*. Comoquiera que trajese al mozo un ejemplar por regalo, y conversando advirtiera no serle a éste suficientemente conocida la naturaleza del centro de gravedad, expúsole en pocas palabras qué cosa fuera y cómo pudiera indagarse.[12] Que

12. Leibniz fue más explícito sobre su relación inicial con Huygens en una carta a Tschirnhaus de 1679: «Huygens, tan pronto como publicó su libro sobre el péndulo, me dio un ejemplar. En esa época yo era bastante ignorante del álgebra de Descartes y también del método de indivisibles, y no conocía la definición correcta de centro de gravedad. Así, cuando por casualidad le hablé de él a Huygens, le hice saber que yo pensaba que una línea recta trazada por su centro de gravedad siempre corta a una figura en dos partes iguales; puesto que eso ocurre claramente en el caso de un cuadrado, un círculo, una elipse y otras figuras que tienen un centro de magnitud, supuse que era lo mismo para todas las demás figuras. Huygens rió cuando escuchó esto y me dijo que nada estaba más lejos de la verdad. Así estimulado, empecé a aplicarme en el estudio de la más intricada geometría, aunque es un hecho que en esa época no había estudiado los *Elementos*. Pero encontré que en la práctica uno podía seguir sin un conocimiento de los *Elementos* si uno era maestro en unas cuantas proposiciones. Huygens, que pensaba que yo era mejor geómetra de lo que realmente era, me dio a leer las cartas de Pascal, publicadas bajo el nombre de Dettonville»; ahí aprendió Leibniz —como contará a continuación en la *Historia et origo*— el uso del triángulo característico para después de descubrir algunos teoremas volver a ver a Huygens: «Cuando usando este método había deducido un método general para la dimensión de tales superficies, se lo mostré a Huygens, quien sorprendido y riendo me confesó que él había hecho uso precisamente de ese mismo método para obtener la superficie del paraboloide de revolución [...] Por primera vez comprendí realmente estos asuntos sobre los que Descarte escribió [...] Entonces, por primera vez leí a Descartes y a Schooten cuidadosamente, siguiendo los

sacó a nuestro mozo de su letargo, juzgando indigno de sí ignorar tales cosas. Mas no pudo entonces hallar vacación en sus estudios, y a poco, a la salida del año, trasladose con el séquito del legado de Maguncia hasta Inglaterra, donde paró unas pocas semanas con el legado y fue introducido por Henry Oldenburg, a la sazón secretario de la Sociedad Real, en ese ilustre colegio, sin tratar con nadie empero de geometría —en que era en aquel tiempo rotundamente uno más de la plebe—, mas como no descuidara la química, sí visitó alguna que otra vez al ilustre varón Robert Boyle, y como en una de ésas coincidiera por azar con Pell y le contara algunas observaciones numéricas suyas, dijo Pell no ser nuevas y acabar de demostrar en público Nicolás Mercator, en su *Hyperbolae Quadratura*, que a la postre las diferencias continuadas de potencias numéricas se desvanecían;[13] que fue ocasión para nuestro autor de buscar el librito de Nicolás Mercator. No conoció en aquel tiempo a Collins, con Oldenburg habló tan sólo de asuntos de letras, física y mecánica, pero de geometría más profunda no cambió ni la menor palabra, conque menos de aquellas series de Newton; y que era por entero ajeno a ellas, e insuficientemente versado en tales cosas como no fuera en propiedades de los números, y aun en eso mediocre sobremanera, lo muestran bastantemente las cartas mismas cruzadas con Oldenburg, poco ha presentadas por sus adversarios, y lo mismo se haría patente sin duda ninguna en aquellas que dicen conservarse en Inglaterra pero omitieron publicar, según creo firmemente, porque aparecería en ellas con claridad bastante no haber habido comercio alguno en cosas geométricas entre Oldenburg y él, cuando sin embargo quisieran creer ésos mismos —sin haber aducido el menor indicio— haberle sido comunicadas ya entonces por Oldenburg algunas que él tenía, hechas entre Collins, Gregory y Newton.

---

consejos de Huygens, quien me dijo que el método de calcular adoptado por estos autores era muy conveniente» [Child, 1920: 217-218].

13. Ésta es la versión un tanto endulzada del incidente de Leibniz con Pell; compárese con la que dio Newton en el *Account* y con la que se explicó en el estudio preliminar. Leibniz en su versión parece confundir a Mercator con Mouton: aunque Mercator había publicado también resultados sobre interpolación, fueron los resultados de Reignaud publicados por Mouton en Francia sobre los que Pell llamó la atención de Leibniz.

Pero vuelto de Inglaterra a la Galia en el año del señor de 1673, y despachado en el ínterin lo encomendado a satisfacción del eminentísimo elector de Maguncia, por gracia de quien seguía al servicio de esa ciudad, y más libre ya, empezó a instancias de Huygens a tratar el análisis de Descartes —antes apenas saludado desde lejos—, y por introducirse en la geometría de las cuadraturas consultó la *Synopsis Geometriae* de Honorato Fabri, Gregorio de Saint Vicent, y un librito de Dettonville —esto es, de Pascal—.[14] Más adelante, de un cierto ejemplo de

14. Amos Dettonville, como apunta Leibniz arriba, es Blaise Pascal. El seudónimo lo adoptó tras el concurso que organizó en torno a la cicloide: la *Helena* de las curvas que tan de moda estuvo durante casi todo el siglo XVII. La invención de la curva no tiene una atribución clara, aunque puede asignarse a un tal Charles Bouwelles, quien hacia 1501 habló de ella en un trabajo publicado en París en relación con la cuadratura del círculo. Galileo fue quien la empezó a poner de moda: la denominación cicloide es suya, así como el cálculo aproximado de su área mediante el procedimiento mecánico de comparar el peso de un arco de cicloide construido en papel grueso con el correspondiente al del círculo que la genera —obtuvo un valor cercano a 3; 3 es, precisamente, el valor exacto—. Por la gracilidad y elegancia de la cicloide, Galileo propuso su uso como modelo para los arcos de puentes: hay precisamente un puente con arcos cicloidales en el *Trinity College* de Cambridge —recuérdese el *College* de Newton—. Después de que Marin Mersenne llamara la atención sobre ella hacia 1625, fueron muchos los matemáticos que la estudiaron: Roberval —a quien se debe el nombre de trocoide: deriva de τροχοσ, la palabra griega para rueda— calculó el área encerrada por un arco y la tangente; que también encontraron Descartes y Fermat; célebre es, por demás, la pelea que, a cuenta de este cálculo de la tangente a la cicloide, estalló entre los dos sabios franceses. No sería la última de las polémicas en torno a la cicloide: más bien la primera de una larguísima lista. Pocos años después, Roberval acusaba a Torricelli de haberle plagiado sus resultados sobre la cicloide cuando vio que éste no lo citaba en sus investigaciones sobre la curva publicadas en 1644 —algún que otro historiador exageró la importancia del *escándalo* atribuyéndole cierta influencia en la muerte de Torricelli acaecida poco después—. ¿Y qué decir del concurso que organizó Amos Dettonville/Pascal en 1658 a cuenta de la cicloide —o la *roulette*, como Pascal prefirió denominarla—, tras estudiar sus propiedades en una noche de insomnio y dolor de muelas? Pascal lo dejó desierto por falta de calidad en los resultados presentados, para consternación de Wallis, que había presentado los suyos y, en menor medida, de Christopher Wren que, fuera de plazo, había enviado la rectificación de uno de sus arcos. Cicloide, trocoide, roulette, muchos nombres para una curva que aparece allí donde menos se la espera: la cicloide es también la tautocrona y la braquistocrona. Del concurso organizado por Juan

Dettonville despuntó de súbito la luz que el propio Pascal, cosa admirable, no sacara de él.[15] Pues cuando demuestra el teorema de Arquímedes de la superficie de la esfera, o partes suyas a medir, usa un método por el que la superficie toda de un sólido descrito por rotación en torno a un eje puede reducirse a una figura plana equivalente. Y por tal medio procurose nuestro autor el teorema general siguiente: aquellas porciones de una recta perpendicular a una curva interceptadas entre curva y eje, aplicadas a éste por su orden según la normal, dan una figura proporcional sobre el eje al momento de la curva. Como lo mostrase a Huygens, aprobolo mucho, confesando haber dado él mismo muchos años atrás, por obra de ese mismo teorema, con la superficie del conoide parabólico y otras superficies de ese género, propuestas sin demostración en la obra *De Horologio oscillatorio*. Animado nuestro autor por esto, y advertida la fecundidad de esas meditaciones, cuando antes hubiese considerado los infinitamente pequeños tan sólo como intervalos de

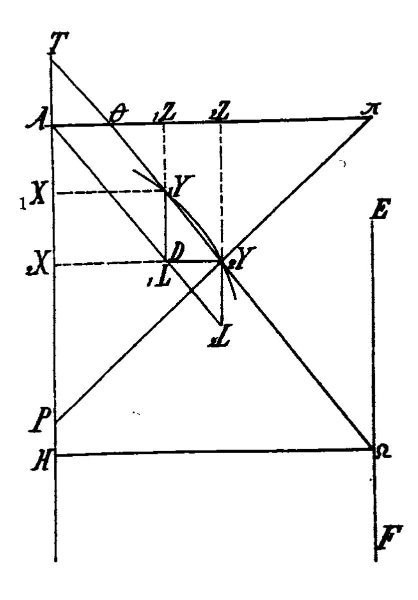
---

Bernoulli para identificar a la braquistocrona ya tuve ocasión de hablar en mi estudio preliminar, no así de la tautocrona: la curva por la que una masa desciende hasta el mínimo en igual tiempo sin importar la altura desde donde comience el descenso. Huygens estaba tratando de identificar esta curva motivado por sus investigaciones sobre el péndulo —motivadas éstas a su vez por el problema de la determinación de la longitud en alta mar—: la popularidad alcanzada por la cicloide tras el concurso que le dedicó Pascal hizo que Huygens se fijara en ella. Lo demás ya es historia —véase, para más detalles sobre la cicloide, [Durán, 1996: 254-263].

15. Fueron varias veces las que Leibniz hizo referencia al fulgurante *relámpago* de inspiración que le produjo el uso del triángulo que luego él llamaría característico. Según Gerhardt (1891): «Leibniz declaró después en varias ocasiones [...] que llegó al análisis avanzado estudiando los escritos de Pascal y que de esa forma hizo sus descubrimientos; primero en una carta a Tschirnhaus del año 1679, aún no publicada [...]; también en una carta al marqués de L'Hospital en el año 1694; después en una posdata a una carta a Jacobo Bernoulli en el año 1703; y finalmente, en el ensayo *Historia et origo calculi differentialis* escrito en los últimos años de su vida» [Child, 1920: 206]. Leibniz estuvo más expresivo en la mencionada posdata a Bernoulli para describir su sorpresa porque Pascal no hubiera ido más allá con el uso del triángulo característico; su expresión fue: «Pero nada me dejó más atónito que comprobar cómo algún hado malicioso parecía haber tapado los ojos de Pascal, porque yo vi de un vistazo que el teorema era de una gran generalidad y válido para cualquier clase de curva» [Child, 1920: 17].

ordenadas a la manera de Cavalieri, discurrió el triángulo que llamó característico ${}_1YD_2Y$ (véase fig. de la página siguiente),[16] dos de cuyos lados D_1Y, D_2Y fueran iguales respectivamente a ${}_1X_2X$, ${}_1Z_2Z$, porciones estas de las coordenadas o coabscisas AX, AZ, y cuyo tercer lado ${}_1Y_2Y$ fuera porción de la tangente $T\Omega$, tendida si fuere menester. Y para este triángulo, vale que sea in-

16. El triángulo característico es un triángulo rectángulo infinitesimal cuya hipotenusa es la propia curva —o la tangente a la curva— y los catetos son las diferencias de abscisas dx y ordenadas dy, respectivamente. El identificar a nivel infinitesimal un trozo de curva con la tangente a la curva muestra cabalmente la forma de entender las curvas que se tenía, en general, en aquella época —sobre todo en el continente—. Según expuso Leibniz en su primer artículo sobre el cálculo (1684): «Trazar la recta que una dos puntos de una curva que estén a una distancia infinitamente pequeña o el lado prolongado de un polígono de infinitos ángulos, que para nosotros equivale a la curva» [Leibniz, 1987: 9]; o, atendiendo al segundo postulado del *Análisis de los infinitamente pequeños*, del marqués de L'Hospital (1696): «Se pide que una línea curva pueda ser considerada como el ensamblaje de una infinidad de líneas rectas, cada una infinitamente pequeña, o —lo cual es lo mismo— como una poligonal de un número infinito de lados, cada uno infinitamente pequeño, los cuales determinan, por los ángulos que forman entre sí, la curvatura de la línea» [L'Hospital, 1998: 29]. O sea, una curva es una poligonal de lados infinitamente pequeños; digamos que para calcular la tangente en un punto basta prolongar el lado infinitamente pequeño que contiene al punto en cuestión —de ahí que, para formar el triángulo característico, podamos identificar a ese nivel infinitesimal el trozo de curva con el segmento de su tangente—. Como se dijo en la nota anterior, la inspiración del triángulo característico la recibió Leibniz de Pascal, aunque también Barrow lo usó —recuérdese que Newton en el *Account* denunció que Leibniz lo pudo tomar de Barrow—. Leibniz reconocería posteriormente en varias ocasiones —lo hará más adelante en la *Historia et origo*— haber encontrado en Barrow y Gregory los primeros teoremas que él descubrió usando el triángulo característico; así en una carta a L'Hospital de 1694 escribió: «Llamo el *triángulo característico* al formado por los elementos de las coordenadas y la curva, y gracias a él encontré casi en un abrir y cerrar de ojos todos los teoremas que después encontré en los trabajos de Barrow y Gregory»; como sigue explicando Leibniz, para pasar de esos resultados geométricos al cálculo diferencial sólo restaba usar como catalizador la geometría analítica —cosa que ni Barrow ni Gregory hicieron—: «Por esa época, no estaba suficientemente versado en el cálculo de Descartes, y todavía no usaba las ecuaciones para expresar la naturaleza de las líneas curvas; pero con el consejo de Huygens, me puse a trabajar en ello y no me quejo de haberlo hecho porque me permitió casi inmediatamente encontrar mi cálculo diferencial» [Child, 1920: 221].



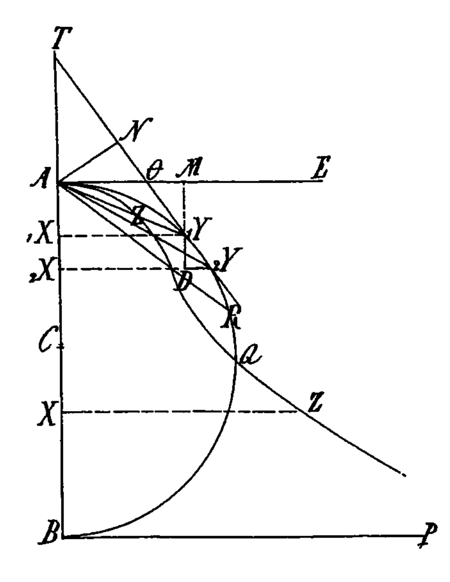
definido o infinitamente pequeño, siempre podían aparecer triángulos similares definidos. Sean en efecto *AXX*, *AZZ* rectas formando ángulo recto entre sí; coabscisas, *AX*, *AZ*; coordenadas, *YX*, *YZ*; tangente, $T\Theta Y$; perpendicular, $PY\Pi$; subtangentes, *XT*, $Z\Theta$; subnormales, *XP*, $Z\Pi$, y llévese luego *EF* paralela al eje *AX*; y concurra con ella la tangente *TY* en Ω, de donde se traza ΩH normal al eje; y se harán así los triángulos similares $_1YD_2Y$, TXY, $YZ\Theta$, $TA\Theta$, YXP, ΠZY, ΠAP, $TA\Omega$ y otros más de ese género si place. Aquí, verbigracia en los triángulos similares $_1YD_2Y$, $_2Y_2XP$, sea $P_2Y \cdot {_1YD} = {_2Y_2X} \cdot {_2Y_1Y}$; esto es, la aplicada de P_2Y en $_1DY$, o el elemento del eje $_1X_2X$, igualan a las ordenadas $_2Y_2X$ llevadas al elemento de la curva $_1Y_2Y$, esto es, al momento del elemento de la curva sobre el eje. De donde se obtendrá todo el momento de la curva por suma de las aplicadas al eje. Y en los triángulos similares $_1YD_2Y$ y $TH\Omega$, sea $_1Y_2Y : {_2YD} = T\Omega : \Omega H$, o $\Omega H \cdot {_1Y_2Y} = T\Omega \cdot {_2YD}$; esto es, la constante ΩH llevada al elemento de la curva $_1Y_2Y$ iguala a $T\Omega$ llevada a $_2YD$, o al elemento de la coabscisa $_1Z_2Z$. Y de aquí que la figura plana nacida de $T\Omega$ aplicada por su orden según la normal a *AZ* en *ZZ* iguala al rectángulo contenido bajo la curva rectificada y la constante $H\Omega$. Así también en los triángulos similares $_1YD_2Y$ y $_2Y_2XP$ sea $_1YD : D_2Y = {_2Y_2X} : {_2XP}$; y con ello $_2XP \cdot {_1YD} = {_2Y_2X} \cdot D_2Y$, es decir, las subnormales $_2XP$ aplicadas por su orden al eje, esto es, a $_1YD$ o $_1X_2X$, igualan a la suma de productos de las ordenadas $_2Y_2X$ multiplicadas por su elemento D_2Y tomados por su orden. Mas rectas continuamente crecientes desde cero, multiplicadas cada cual por su elemento, conforman un triángulo. Sea pues *AZ* siempre igual a *ZL*, y se hará el triángulo rectángulo *AZL*, que es mitad del cuadrado en *AZ*, y así la figura nacida de las

subnormales aplicadas al eje por su orden y en perpendicular igualará siempre a la mitad del cuadrado de las ordenadas. Y por ende, dada una figura a cuadrar, búsquese la figura cuyas subnormales igualen respectivamente a las ordenadas de la figura dada, y ésta será la cuadratiz de aquella dada.[17] Y así, de esta facilísima meditación tenemos reducidas a cuadraturas planas las superficies generadas por rotación, y rectificadas las curvas, y simultáneamente reducimos las cuadraturas de esas figuras a problema inverso de tangentes.

Reparado que hubo en estas cosas, nuestro autor acumuló en el papel buena cantidad de teoremas de los que no todos carecían de elegancia, y de dos clases. Pues en verdad una parte se las había con magnitudes definidas, al modo no sólo de Cavalieri y Fermat y Honorato Fabri, sino también de Gregorio de Saint Vicent, Guldin y Dettonville; la otra, empero, dependía de infinitamente pequeñas, y llevaba a la geometría mucho más lejos. Pero el mozo descuidó proseguir con ello, tras advertir que el mismo método habían usado y mejorado con su cultivo no sólo Huygens, Wallis, Van Huraet y Neil, sino también James Gregory y Barrow. No parece inútil exponerlo en este lugar, empero, para que aparezca por cuáles grados ha llegado a cosas mayores, y también por que sean como guiados de la mano quienes, hoy novicios, aspiran a ascender más alto hasta lo recóndito de la geometría.

Y estas cosas hizo Leibniz en París en el año del Señor de 1673 y parte del año de 1674. Mas en el año de 1674 —en cuanto recordarse puede—, fue a dar con aquel célebre tetragonis-

17. Usando el triángulo característico de una curva, esto es, sus tangentes, Leibniz le asocia otra curva llamada cuadratriz: siguiendo los cálculos indicados por Leibniz, si ponemos $y(x)$ para la curva inicial la cuadratriz $z(x)$ verifica la ecuación: $z(x) = y-xdy/dx$. Ahora bien, siguiendo también las indicaciones de Leibniz vemos que el área de la curva $y(x)$ entre los puntos de abscisa a y b, equivale a la mitad del área encerrada por la cuadratriz más la del triángulo rectángulo de catetos $b-a$ y $y(b)-y(a)$. Este teorema, que Leibniz llamó de trasmutación —lo menciona más adelante en la *Historia et origo*—, le puso de manifiesto la relación inversa entre tangentes y cuadraturas: la cuadratriz, que sirve para encontrar la cuadratura de una curva, se define a partir de sus tangentes —los detalles técnicos del razonamiento de Leibniz pueden verse en [Leibniz, 1987: xxxvi-xliii] o [Edwards, 1979: 239-252].



mo aritmético,[18] del que valdría la pena exponer por cuáles razones llegara a hacerse. Solían los geómetras resolver figuras en rectángulos mediante paralelas tendidas por su orden; ofrecida por azar la ocasión, él mismo las resolvió en triángulos mediante rectas concurrentes en un punto, y alcanzó a ver de qué modo pudiera deducirse de ahí con comodidad algo nuevo. Sea (véase figura adjunta) la línea AYR, tiéndanse rectas AY cuantas plazca, tiéndase un eje cualquiera AC, y la normal a éste, o coaxial, AE, y corte a uno y otra en T y Θ la tangente en Y a esa curva. Llévese hasta ella desde A la normal AN, y es manifiesto que el triángulo de elementos A_1Y_2Y es igual a la mitad del rectán-

18. Tetragonismo = cuadratura. Leibniz pasa ahora a explicar la forma en que encontró su célebre serie para π, y también para el arco tangente; básicamente es como sigue: si tomamos la función $y(x) = \sqrt{2x - x^2}$ para representar la (semi) circunferencia, entonces $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - x}{y}$ de manera que su cuadratriz vale $z(x) = \sqrt{\frac{x}{2 - x}}$, o sea $x(z) = \frac{2z^2}{1 + z^2}$; dada la simétrica entre $\int xdz$ y $\int zdx$ el área del círculo puede ahora calcularse de forma análoga —como escribirá Leibniz arriba— a como Mercator calculó la serie del logaritmo cuadrando la hipérbola: esto es —y dicho en términos actuales—, desarrollando en serie $\frac{2z^2}{1 + z^2}$ por división e integrando término a término. Al hilo de las explicaciones técnicas y, sobre todo, una vez expuestas éstas, Leibniz da su versión de cómo fue comunicando estos resultados a los ingleses y a Newton en particular; cita Leibniz explícitamente la sinopsis del método de transmutación que le envió en su respuesta a la *Epistola prior,* y las cartas que intercambió con Oldenburg. A la vez, explica por qué hizo las preguntas que hizo y demandó la información que demandó, justificando el descubrimiento independiente de su

gulo comprendido bajo el elemento de la curva ${}_1Y_2Y$ y la misma AN. Trácese ahora el triángulo característico arriba dicho, ${}_1YD_2Y$, la hipotenusa del cual será una porción de tangente o del elemento del arco, y cuyos lados serán paralelos a eje y coaxial; de los triángulos similares $AN\Theta$ y ${}_1YD_2Y$ se hace patente entonces ser ${}_1Y_2Y : {}_1YD = A\Theta : AN$, o $A\Theta \cdot {}_1YD$ o $A\Theta \cdot {}_1X_2X = AN \cdot {}_1Y_2Y$ e igual —por lo suprascrito— al doble del triángulo A_1Y_2Y. Y de esta suerte, si se entiende cualquier $A\Theta$ trasladado a XY extendiéndolo si es menester de modo que se tome en él XZ,[19] de ahí se hará la figura trilineal $AXZA$, igual al doble del segmento $AY\smile A$,[20] comprendido entre la recta AY y el arco $A\smile Y$. Y se obtienen las que llamara figuras de segmentos, o proporcionales de los segmentos. Procede método similar cuando se tome el punto A fuera de la curva, que entonces se obtienen por medio de él figuras trilineales proporcionales a los sectores originados por las abscisas concurrentes en ese punto. Y aun cuando las rectas no concurran en una línea sino en curva —a la que tocan por su orden—, no por ello dejarán de formar estas razones teoremas útiles, mas para seguir los tales no es éste lugar. Basta a nuestro examen considerar figuras de segmentos, y sólo en el círculo, donde si se pone el punto A en el inicio del cuadrante AYQ, la curva $AZQZ$ cortará al círculo en el final del cuadrante, Q, y descendiendo de ahí será asíntota a la base BP —normal al diámetro en el otro extremo B—; y no obstante la figura toda, de longitud infinita, comprendida entre el diámetro AB, la base BP, etc., y la curva $AZQZ$, asíntota a la base, será igual al círculo en torno al diámetro AB. Mas por venir al asunto, puesto por radio la unidad; por AX o ΘZ, x; y por $A\Theta$ o XZ, z, se hará

---

serie para π porque, por un lado, nadie en París lo conocía —al no conocerlo Huygens— y, por otro, porque siendo Oldenburg quien supuestamente le había enviado las series de Newton y Gregory, sería estúpido comunicarle a Oldenburg el mismo descubrimiento como propio. En suma, Leibniz va, en cierta forma respondiendo así, a las cuestiones que sobre este asunto le fue planteando Newton en el *Account*.

19. Como apuntó Child, esto posiblemente sea una errata —se vuelve a repetir en el siguiente parágrafo— debida a Gerhardt que confunde XZ con AZ [Child, 1920: 43, n. 88].

20. El símbolo $\smile$ hay que leerlo como: *a lo largo del arco hasta.*

$x = 2zz : ,1 + zz$;[21] ahora bien, la suma de las x aplicadas a $A\Theta$, o como hoy se dice, $\int xdz$, es la figura trilineal $A\Theta ZA$, complemento de la figura trilineal $AXZA$, que ya demostramos igual al doble del segmento circular. Otro tanto le fue dado conseguir al autor por el método de transmutaciones, resultado que envió a Inglaterra. Se trata de que se sumen todas las $\sqrt{1-xx} = y$; hágase $y = \pm 1 \mp zx$, de donde será $x = 2z : ,1 + zz$, e $y = \pm zz \mp 1, : , zz + 1$. Y así de nuevo tan sólo es menester sumar racionales. Vía ésta nueva y elegante que tal pareció también a Newton, mas ha de declararse no ser universal. Por lo demás, es patente obtenerse también aquí el arco a partir del seno, y otras cosas de

21. Leibniz ha usado aquí la coma para indicar paréntesis, y colon para indicar división: de modo que, actualizando la notación, esa expresión equivale a $x = \frac{2z^2}{1+z^2}$. Leibniz hizo un intento de difundir la coma como símbolo para indicar agregados siguiendo a Christof Rudolff y Michael Stifel que a mediados del siglo XVI intentaron un punto para lo mismo. El hoy común uso de paréntesis tardó bastante en imponerse, a pesar de su sencillez tipográfica; según Cajori, este retraso pudo deberse al frecuente uso retórico que de los paréntesis se hacía (y, v.g., se sigue haciendo): precisamente Cajori puso como ejemplo el *De Analysi* newtoniano, donde efectivamente encontramos este uso retórico en fórmulas matemáticas; véase, por ejemplo, en la página 167 del *Account* cómo Newton —reproduciendo una página del *De Analysi*— escribe $x^{\frac{1}{2}}\left(=\frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}}\right)$. Un uso esporádico de los paréntesis (o corchetes) se encuentra en los algebristas italianos del Renacimiento —Bombelli, Tartaglia, Cardano—; aunque el paladín en la defensa del paréntesis —además de las comas— fue Leibniz arropado por las *Acta Eruditorum* que, como política de estilo, aconsejaban en 1708: «en lugar de $\sqrt{aa+bb}$ escribimos $\sqrt{(aa+bb)}$ y para $\overline{aa+bb}\times c$ escribimos $(aa+bb)\times c$ [...] y designaremos $\overline{aa+bb}^m$ por $(aa+bb)^m$ [...] No dudamos de que todos los matemáticos que lean estas *Acta* reconocerán la preeminencia del simbolismo del señor Leibniz y estarán de acuerdo con nosotros en lo que a ello respecta». Euler, con su uso habitual de los paréntesis —véase, por ejemplo, [Euler, 2000]—, contribuyó finalmente a su implantación [Cajori II, 1928: 386-391]. El colon : para indicar proporción lo introdujo en Inglaterra el astrónomo Vincent Wing hacia 1651, aunque su popularización en Europa se debió a Leibniz: «[...] a dividido por b es comúnmente denotado por $\frac{a}{b}$; sin embargo muy a menudo es deseable evitar esto y continuar en el mismo renglón, usando la interposición de dos puntos : de manera que $a{:}b$ indique a dividido por b» [Cajori II, 1928: 272, 285-286].

ese género, mas de modo mediato. Y no es que más tarde nuestro autor, cuando oyera haber deducido Newton estas cosas de forma inmediata con sus extracciones, no deseara saber de ello. De lo anterior aparecía inmediatamente que con el método por que Nicolás Mercator dedujera mediante serie infinita el tetragonismo aritmético de la hipérbola daríase también el círculo, suprimida la asimetría y dividiendo por $1 + zz$ como dividiera aquél por $1 + z$. Y de allí a poco, nuestro autor dio con un teorema general para el área de figuras cónicas dotadas de centro. Pues en verdad el sector comprendido por el arco de una sección cónica que arranca del vértice y dos rectas llevadas desde el centro a sus extremos es igual al rectángulo contenido bajo el semieje transversal y una recta $t \pm \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 \pm \frac{1}{7}t^7$ *etc.*, supuesto ser t aquella porción de la tangente en el vértice interceptada entre éste y la tangente en el otro extremo del arco, y ser unidad el cuadrado en el semieje conjugado o el rectángulo contenido por las mitades de los ejes recto y transverso, y significar $\pm$ en la hipérbola $+$, pero $-$ en círculo y elipse. De donde también, puesto 1 por cuadrado del diámetro, se hacía el círculo $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} +$ *etc.* Hallado esto, como mostráralo nuestro autor a Huygens con la demostración adjunta, aplaudiolo aquél por maravilla, y como le remitiera de vuelta la disertación, dijo en la carta adjunta que ése había de ser hallazgo por siempre memorable entre geómetras, y de donde nace la esperanza de poder alcanzarse alguna vez solución general, a saber, o bien mostrando su valor verdadero o bien demostrando la imposibilidad de expresarse éste en cantidades reconocidas. Es claro pues que ni él, ni el autor del hallazgo, ni otro cualquiera en París de que haya constancia tuvieran oído algo de series infinitas de racionales que ofrecen la magnitud del círculo —que más tarde se comprobaran discurridas por Newton y Gregory—. Huygens no, de cierto, como se hace patente de su carta aquí adjunta, dada a....;[22] y así Huygens creyó demostrado

22. Son significativos estos puntos suspensivos, que indican que Leibniz no tenía a mano la carta mencionada de Huygens —indica hasta qué punto llevaba razón cuando en otras ocasiones Leibniz se había referido al desorden

por primera vez ser el círculo exactamente igual a una serie de cantidades racionales. Lo mismo creyó el autor del hallazgo, —o a Huygens, expertísimo en esas materias, fiando en su testimonio—, y con ello escribió aquellas dos cartas a Oldenburg del año 1674 que sus adversarios han editado luego, en que anuncia como cosa nueva haber dado el primero con la magnitud del círculo expresa en una serie de números racionales, que ya constaba cumplido con la hipérbola. Que si Oldenburg hubiérale comunicado, hallándose en Londres el año precedente, las series de Gregory y Newton, suma debía ser su desvergüenza para atreverse a escribir tal cosa a Oldenburg, y olvido o prevaricación los de éste, que no le reprochó el encubrimiento. Pues sus adversarios exhiben la respuesta de Oldenburg, que tan sólo indica —«no quiero que ignores», dice— haberse dado a conocer por Newton y Gregory tales series, que también le comunicó en el año siguiente por carta dada en el mes de abril —que aquéllos exhiben—. De donde puede inteligirse que estarían o ciegos de envidia o rendidos a la malicia quienes ahora osaran fingir haber comunicado Oldenburg tales cosas al autor ya el año precedente, aun cuando algo de ceguera haya siempre en la malicia, que no vieron estar editando cosas que darían por tierra con sus fingimientos, y tampoco que mucho mejor les fuera haber suprimido como las otras esas cartas del autor y de Oldenburg del todo o en parte. Por lo demás, justamente a raíz de ello comenzó a tratar con Oldenburg de cosas geométricas, como es fácil entender, juzgando haber dado con algo digno de comunicarse, novicio hasta entonces en sus estudios. Que en efecto otras anteriores dadas en París a 30 de marzo, 26 de abril, 24 de mayo y 8 de junio del año de 1673, que dicen tener consigo mas suprimen junto con las respuestas de Oldenburg, sin duda tratan de otras cosas y nada en ellas provee con que pudieran tornar más creíbles esas comunicaciones ficticias de Oldenburg. Por lo demás, así que oyó nuestro autor haber venido a dar Newton y Gregory con las series por extracción de raíces, reconoció ser aquello nuevo para él, y en un principio no lo entendió satisfactoriamente, y lo confesó con toda ingenuidad y

de su correspondencia—. Según Gerhardt, la carta de Huygens estaría fechada el 7 de noviembre de 1674 —citado en [Child, 1920: 47].

en alguna cosa pidió aclaración, ante todo cuando eran lo buscado series recíprocas por medio de las cuales extraer de una serie infinita la raíz mediante otra serie infinita, y de aquí también se hace patente ser falso lo que fingen sus adversarios, haberle comunicado Oldenburg a él escritos newtonianos. Pues si así fuera no hubiese sido menester pedir aclaración ninguna; sino que después, así que comenzó a descubrir el cálculo diferencial, discurrió un arte nueva, la más universal con mucho, para dar con series infinitas sin extracción alguna, acomodada a cantidades tanto comunes como trascendentes, tomando por hallada la serie buscada; y de ese método usó para despachar un opúsculo acerca de la cuadratura aritmética, a que también incorporaba otros hallazgos de series para expresar el arco por medio del seno, o del complemento de éste, y demostraba con este método nuevo también la inversa, es a saber, dado el arco venir a dar con el seno o con su complemento. Y ésa es también causa de que después no precisara de métodos ajenos. Y finalmente publicó este nuevo razonamiento suyo para sacar series a la luz en las Actas de los Eruditos. Por lo demás, como estuviera por sacar aquel opúsculo de la cuadratura aritmética en París fue llamado de vuelta a Alemania, y pulida el arte del nuevo cálculo, ocupose menos de las anteriores.

En adelante se ha de exponer ya cómo viniera paulatinamente nuestro autor a un nuevo género de notación que llamó cálculo diferencial. Ya en el año d.S. de 1672, conversando acerca de las propiedades de los números, había propuesto Huygens este problema: dar con la suma de una serie decreciente de fracciones cuyos numeradores sean unidades, los denominadores, empero, números triangulares,[23] con cuya suma decía haber dado confrontando papeles con los de Hudde acerca la estimación de la probabilidad. Halló nuestro autor ser tal suma 2, coin-

23. Los números triangulares, piramidales —a los que Leibniz se referirá más adelante— y, en general, los números figurados evocan la concepción aritmético geométrica propia de pitagóricos y neopitagóricos. Consisten en configuraciones geométricas de puntos que conforman una determinada figura geométrica —un triángulo, un cuadrado, una pirámide— a las que se asocia el correspondiente número de puntos. Ya aparecen en la primitiva Escuela Pitagórica y después en Hipsicles, Nicómaco y Diofanto, de donde pasó a Boecio y posteriormente a las aritméticas medievales y renacentistas.

cidente con la proposición de Huygens. Por idéntica operación dio con las sumas de series numéricas de aquel tipo cuando son denominadores números combinatorios cualesquiera, e indicóselo a Oldenburg en febrero de 1673, lo cual han sacado a la luz sus adversarios. Como viera más tarde el triángulo aritmético de Pascal, concertó a tal ejemplo su triángulo armónico.

Triángulo Aritmético,
donde es serie fundamental la progresión
aritmética, esto es 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & & 1 & & & & & & & \\
 & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \\
 & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \\
1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1
\end{array}
$$

Triángulo Armónico,
donde es serie fundamental la progresión
armónica $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7},$

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & \frac{1}{1} & & & & & & \\
 & & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & & \\
 & & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & & \\
 & & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & & \\
 & \frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6} & \\
\frac{1}{7} & & \frac{1}{42} & & \frac{1}{105} & & \frac{1}{140} & & \frac{1}{105} & & \frac{1}{42} & & \frac{1}{7}
\end{array}
$$

en que, si los denominadores de cualquier serie que descienda oblicuamente hacia infinito, y también de cualesquiera series finitas paralelas, divídense por un denominador que sea el término correspondiente de la serie primera, prodúcense números combinatorios idénticos a aquellos que se tienen en el triángulo aritmético. A uno y otro triángulo es común esto, que las series oblicuas son sumatrices o diferenciales una de otra. En el triángulo aritmético la serie dada es sumatriz de la próxima precedente, y diferencial de la próxima siguiente; y en el triángulo armónico, por contra, la serie dada es sumatoria de la próxima siguiente y diferencial de la próxima antecedente. De que se sigue ser

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+etc.=\frac{1}{0}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\frac{1}{28}+etc.=\frac{2}{1}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{35}+\frac{1}{56}+\frac{1}{84}+etc.=\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{70}+\frac{1}{126}+\frac{1}{210}+etc.=\frac{4}{3}$$

y así en adelante.

Y nuestro autor ya tenía en su haber estas cosas cuando aún no estaba versado en análisis cartesiano; mas, como se aplicara a éste, consideró poder designarse un término de la serie la mayor parte de las veces por alguna notación general, por la cual quedara referido a alguna serie simple. Verbigracia, si se llamare x a un término cualquiera de la serie natural 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc., sería xx cualquier término de la serie de cuadrados, o cualquiera de la serie de los cubos, x^3, etc.; cualquier término triangular, como 0, 1, 3, 6, 10, etc., sería $\frac{x\,.\,\overline{x+1}}{1\,.\,2}$ o $\frac{xx+x}{2}$; cualquiera piramidal, 0, 1, 4, 10, 20, etc., sería $\frac{x\,.\,\overline{x+1}\,.\,\overline{x+2}}{1\,.\,2\,.\,3}$ o $\frac{x^3+3xx+2x}{6}$, y así sucesivamente. Y consideró asimismo

poderse venir de aquí a dar por cálculo general con la serie diferencial de una serie dada, y de cuando en cuando también con la sumatoria, cuando esté expresada numéricamente. Por dar un ejemplo, el cuadrado es xx, el próximo cuadrado mayor, $xx + 2x + 1$, la diferencia entre ellos, $2x + 1$, esto es, la serie de los números impares es la serie diferencial de los cuadrados. Pues si x fuera 0, 1, 2, 3, 4, etc., $2x + 1$ son 1, 3, 5, 7, 9. Del mismo modo, la diferencia entre x^3 y $x^3 + 3xx + 3x + 1$ es $3xx + 3x,$ $+ 1$, y así éste es el término puesto por la serie diferencial de los cubos. Siguiendo adelante, si el valor del término de la serie propuesta puede expresarse así por la variable x, de suerte que no entre la variable ni en denominador ni en exponente alguno, parecía poder hallarse siempre la serie sumatriz de la dada. Por dar un ejemplo, si se busca la sumatriz de los cuadrados, como conste no poder elevarse allende el grado del cubo, fingía él ser el término de esa serie igual a $lx^3 + mxx + nx = z$, y buscarse entonces $dz = xx$; hágase pues $dz = ld(x^3) + md(xx) + n$ —puesto $dx = 1$—; pero $d(xx) = 2x + 1$, y $d(x^3) = 3xx + 3x + 1$ —por lo ya hallado—; luego se hará

$$\begin{aligned} dz = 3lxx &+ 3lx + 1 \\ &+ 2mx + m \cong xx; \\ &\quad + n \end{aligned}$$

y por tanto será $l = \frac{1}{3}$, $m = -\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + n = 0$, ó $n = \frac{1}{6}$, o lo que es igual, será término de la serie sumatriz de los cuadrados $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x$ ó $2x^3 - 3xx + x, : 6$. A modo de ejemplo, si alguno quisiere la suma de los nueve o diez primeros cuadrados, de 1 hasta 81 o de 1 hasta 100, asuma ser x 10 u 11, el número próximo mayor a la raíz del último cuadrado, y $2x^3 - 3xx +$ $+ x, : 6$ será $2.000 - 300 + 10, : 6 = 285$, o $21.331 - 3.121 + 11, :$ $6 = 385$. Y no es mucho más difícil sumar por este atajo cien o 1000 cuadrados. Y el mismo método procede con cualesquiera potencias aritméticas, o en fórmulas que dellas se componen, que es fácil ver podrán sumarse siempre cuantos quiera términos de tal serie por ese atajo. Mas nuestro autor veía sin dificultad no ser siempre procedente, que, como entre la variable x en

el denominador, fácil se entiende no poder hallarse entonces la serie numérica sumatriz; prosiguiendo, ello no obstante, con este análisis, vino a dar con que en general, y así lo mostró también en las Actas de los Eruditos de Leipzig, puede siempre darse con serie sumatriz o reducirse la cuestión a sumar cierto número de simples términos fraccionarios, como $\frac{1}{x}$, ó $\frac{1}{xx}$, ó $\frac{1}{x^3}$, etc. que pueden sumarse, puesto un número finito de términos, mas no siempre con brevedad bastante; y si se tratare de un número infinito de términos, no podrán en absoluto sumarse términos cual $\frac{1}{x}$, porque el total de serie con tal número infinito de términos es cantidad infinita, pero términos cual $\frac{1}{xx}$ ó $\frac{1}{x^3}$ o en número infinito, aun si juntos hacen una cantidad finita, pese a ello no pueden sumarse hasta el presente, de no suponerse cuadraturas.[24] Así ya en el año d.S de 1682, en el mes segundo, en

24. Toda esta información sobre sumas de un número finito e infinito de términos de una serie corresponde al intercambio epistolar que Leibniz mantuvo con Oldenburg —e, indirectamente, con Collins— en 1673 y del que ya se dio noticia en el estudio preliminar. Sí añadiré aquí un comentario sobre las series $\Sigma\frac{1}{x}$, $\Sigma\frac{1}{x^2}$, $\Sigma\frac{1}{x^3}$. Una vez Leibniz logró sumar la serie $\Sigma\frac{1}{x(x+1)}$, su optimismo a ultranza le hizo pensar que su método le iba a permitir sumar casi cualquier otra serie. Pronto recibió de Inglaterra una propuesta de Collins, enviada por Oldenburg, proponiéndole el problema de la suma de estas series. A pesar del parecido de las series $\Sigma\frac{1}{x(x+1)}$, y $\Sigma\frac{1}{x^2}$, el problema de calcular su suma difiere bastante: la primera se puede sumar *elementalmente* usando el artificio leibniziano de convertir cada término en diferencia de otros dos, mientras que la segunda necesita de ideas más profundas. Lo único que pudo hacer Leibniz —como dice arriba— fue establecer la divergencia de la serie $\Sigma\frac{1}{x}$ —cosa que ya había establecido muy elegantemente Pietro Mengoli en 1650, como Collins no dejó de recordarle—. El caso es que Leibniz intentó durante toda su vida sumar la serie $\Sigma\frac{1}{x^2}$ sin éxito. El problema lo heredaron los hermanos Bernoulli, que a su vez lo transmitieron a Leonhard Euler quien, usando su genio y la magia de los infinitos, logró en 1736 encontrar que $\Sigma\frac{1}{x^2} = \frac{\pi^2}{6}$ —véase para más detalle [Euler, 2000: 168, n. 120].

las Actas de los Eruditos observó no componer otra cosa que $\frac{1}{2}$ la serie descendente hacia infinito que resulta de poner los números 1.3, 3.5, 5.7, 7.9, 9.11 etc, o 3, 15, 35, 63, 99 etc., y de ahí hacer la serie de fracciones

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99}\ etc.$$

pero expresar en cambio la magnitud del semicírculo cuyo cuadrado del diámetro es 1 si de ella se detraen números salteados, $\frac{1}{3} + \frac{1}{35} + \frac{1}{99} + etc.$ Pues en efecto, sea $x = 1$, ó 2, ó 3, etc.,[25] y término de la serie $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{54}\ etc.$ será éste, $\frac{1}{4xx + 3x + 3}$, y se busca el término de la serie sumatriz. Tiéntese un razonamiento simplicísimo, si acaso no podría tener esta forma, $\frac{e}{bx + c}$; sería entonces $\frac{e}{bx + c} - \frac{e}{bx + b + c} = \frac{eb}{bbxx + bbx + bc} \cong \frac{1}{4xx + 8x + 3}$, que identificando las dos fórmulas haría $b = 2$, $eb = 1$, luego $e = \frac{1}{2}$, $bb + 2bc = 8$ ó $4 + 4c = 8$ ó $c = 1$, y al cabo $bc + cc = 3$, que era el caso. Luego el término de la serie sumatoria es $\frac{1:2}{2x + 1}$ o $\frac{1}{4x + 2}$; y $4x + 2$ son los duplos de los impares. Vio también, por último, un modo de aplicar algún cálculo diferencial a series numéricas cuando la variable acaecía en el exponente, como en la progresión geométrica, donde puesta la raíz b, el término es b^x, siendo x un número natural. Luego el término de la serie diferencial será $b^{x+1} - b^x = b^x (b - 1)$, de donde es manifiesto ser la serie diferencial de la geométrica dada también proporcional a la geométrica dada. De donde se tiene la suma de la progresión geométrica.

Ahora bien, fácilmente advirtió nuestro autor ser el cálculo

25. El primer término de los valores de x debería ser 0 y no 1.

diferencial con figuras maravillosamente fácil frente al ejercitado con números, que no puede en las figuras compararse las diferencias con los diferentes; ahora bien, cada vez que se conjugan por substracción o adición los que son entre sí incomparables, los menores se desvanecen comparados con los mayores, y de aquí diferénciase los irracionales no menos fácilmente que los sordos,[26] y entonces, merced a logaritmos, también cantidades exponenciales. Observaba asimismo no ser las líneas infinitamente pequeñas que se dan en las figuras otra cosa sino diferencias momentáneas de las líneas variables. Y al modo en que las cantidades hasta ahora consideradas simplemente entre los analistas tuvieran sus funciones, a saber, potencias y raíces, tener así estas cantidades en cuanto variables nuevas funciones, a saber, diferencias. Y como hubimos hasta ahora x, xx, x^3, *etc.*, y, yy, y^3, *etc.*, así también poderse emplear dx, ddx, d^3x, *etc.*, dy, ddy, d^3 y *etc.*, del mismo modo en que ya pueden expresarse por ecuaciones locales las curvas que Descartes excluyó de la geometría por cuanto mecánicas, y tratarse mediante cálculo, y liberarse el ánimo de su continua atención a las figuras. Y en la aplicación del cálculo diferencial a la geometría no ser las diferenciaciones de primer grado sino hallazgos de tangentes, las de segundo, de círculos osculadores —cuyo uso introdujo nuestro autor—, y poderse proceder así en adelante. Y no servir tan sólo para tangentes y cuadraturas, mas para todo género de problemas y teoremas donde se mezclen variadamente diferencias con términos integrales,[27] como les llamó el ingeniosísimo

26. Números sordos son los números irracionales; así lo explica Tosca en su *Compendio mathematico* (1707): «Divídense las potestades en *racionales*, e *irracionales*, o *sordas*: potestades *racionales* son aquellas que tienen raíz justa, que se puede explicar con números; como 9 cuya raíz cuadrada justa es 3, y ésta se llama también racional: potestades *irracionales*, o *sordas*, son las que carecen de raíz justa, que se pueda explicar con números: como 32, que no tiene raíz cuadrada justa, que se pueda explicar con números» [Tosca, 1727: 6] —según indica Tosca en la página 2: «potencia o potestad de un número es cualquier producto de los que salen de la multiplicación continua de dicho número por sí mismo»; en ambas citas se ha actualizado la ortografía—. También encontramos esta explicación en [Bails, 1772: I, 124]: «la raíz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto se llama número sordo, irracional o inconmensurable».

27. La expresión cálculo *diferencial,* con que Leibniz apellidó a su méto-

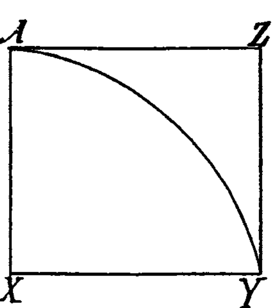
Bernoulli, al modo en que suele hacerse en problemas físico-mecánicos. Y dejó así por establecido en general poderse expresar una serie de números o una figura de líneas por ecuación en que entren diferencias de primer grado o segundo o tercero, como tengan una propiedad dependiente de dos términos próximos, o tres, o cuatro. Y no es que no diera también con teoremas generales para un grado cualquiera de diferencias, como los teníamos para un grado cualquiera, y reparó en esa admirable analogía entre potencias y diferencias publicada en la *Miscellania Berolinensia*. Que tuviéralo sabido ese émulo, y no empleara puntos para figurar grados de diferencia, que no son aptos en tratándose de expresar un grado de diferencia en general, pero antes retuviese la notación *d* que nuestro autor les impusiera, o similar, que así en efecto d^e podría expresar grado de diferencia en general.[28] Por lo demás, pudiera ya a partir de

---

do, deriva de la palabra latina para *diferencias*. Para el cálculo inverso, esto es, para el cálculo relacionado con las cuadraturas, Leibniz usó en un principio la expresión cálculo *sumatorio,* que deriva de la expresión latina para *suma*, aunque a sugerencia de Juan Bernoulli, Leibniz sustituyó esa expresión por la de cálculo integral. Por cierto, que Juan Bernoulli quiso también que Leibniz sustituyera el símbolo $\int$ por una *I*, que es la inicial de *integral*. El cambio a la nomenclatura de Bernoulli no se hizo, sin embargo, sin alguna protesta por parte del maestro: «Dejaré que usted lo piense», le decía Leibniz a Juan Bernoulli en febrero de 1695, «pero sería mejor en el futuro, para mayor uniformidad y armonía, no sólo entre nosotros sino en todo el campo de estudio adoptar la terminología de sumación en vez de la suya de integrales. Entonces, por ejemplo $\int ydx$ significaría la suma de todas las *y* multiplicadas por el correspondiente *dx*, o la suma de todos esos rectángulos. Así lo pido, primeramente porque, de esa forma, las sumas geométricas, o cuadraturas, corresponden mejor con las sumas aritméticas o sumas de sucesiones. Confieso que encontré todo el método considerando la reciprocidad de sumas y diferencias, y que mis consideraciones fueron de sucesiones de números a sucesiones de líneas u ordenadas», citado en [Bos, 1974:21] —obsérvese que el final de la cita corresponde con lo que Leibniz está explicando en este párrafo de la *Historia et origo*—. A lo que Bernoulli respondió: «En lo que respecta a la terminología de la suma de diferenciales, usaré en el futuro con satisfacción su terminología de sumas en vez de mis integrales. Hubiera hecho esto antes si el término integral no fuera más apreciado por ciertos geómetras quienes me reconocen como el inventor del término. Se pensaría que quiero hacer las cosas difíciles si indico la misma cosa ahora con un término y luego con otro», citado en [Bos, 1974:21].

28. Después de lo explicado en la correspondiente nota del *Account,* el

esto expresarse por cálculo cuanto otrora ofrecíase por figuras. Pues siendo $\sqrt{(dxdx+dydy)}$ elemento de la curva y ydx elemento del área, ser mutuamente complementarias $\int ydx$ y $\int xdy$ se desprende al punto de que sea $d(xy) = xdy + ydx$, o viceversa, $xy = \int xdy + \int ydx$, aun cuando de tanto en tanto varíen los signos; y de que sea $xyz = \int xydz + \int xzdy + \int yzdx$ también se echa de ver al punto tratarse de tres sólidos que son mutuo complemento. Y no es menester haber conocido ese teorema que hemos deducido arriba del triángulo característico, que para explicar verbigracia el momento de la curva basta $x\int\sqrt{dxdx + dydy}$. Y las cosas que tiene Gregorio de Saint Vicent acerca de *ductus*, o aquellas de Pascal de uñas y cuñas,[29] todas surgen al punto de tal cálculo. Y como así nuestro autor viera con placer descubiertas por sí las cosas que halladas por otros hubiera visto con aplauso, desistió ya de ocuparse tan afanosamente en ellas, que ya todas quedaban contenidas en tal cálculo. Por dar un ejemplo, el momento de la figura *AXYA* respecto al eje *AX* (figura adjunta) es $\frac{1}{2}\int yydx$; respecto a la tangente a los vértices, $\int xydx$; el de la figura trilineal complementario *AZYA* respecto a la misma tangente, $\frac{1}{2}\int xxdy$; pero estos dos



últimos momentos tomados juntos componen el momento del rectángulo circunscrito *AXYZ* respecto a la tangente a los vérti-

---

lector podrá calibrar que Leibniz aquí se equivoca estrepitosamente, pues no sólo con la notación de puntos de Newton se pueden representar fluxiones sucesivas sin problema, sino que además Newton se le adelantó incluso en lo que a la compactificación de la notación se refiere, pues en el *Tractatus de Quadratura curvarum* (1692) escribió $12\overset{6}{z}\overset{2}{z}$ por $12\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{z}\ddot{z}$, mientras que Leibniz no empezó a usar la correspondiente abreviatura —$12d^6zd^2z$ por $12ddddddzddz$— hasta 1695.

29. El método de *ductus plani in planum* de Saint Vincent es, grosso modo, equivalente al método actual de cálculo de volúmenes de sólidos integrando la función que nos da la sección en cada punto del eje. Saint Vincent lo empleó en su *Opus Geometricum* (1649) para sólidos particulares —conos, etc.—. Los *ungulis* y *cuneis* de Pascal son sólidos, considerados por Pascal y otros matemáticos de mediados del siglo XVII, con forma de uña —*ungula*— o

ces, conque se son mutuamente complemento, que es $\frac{1}{2}xxy$. Pero sin consideración alguna de la figura muestra esto mismo también el cálculo, pues $\frac{1}{2}d(xxy) = xydx + \frac{1}{2}xxdy$, de suerte que ya no se haya menester en la geometría arquimedea de tantos de los teoremas preclaros de egregios varones, sino de aquellos solamente dados por Euclides en el libro 2 o en otras partes para la Geometría común. Para mayor pulcritud, resultó que alguna vez el cálculo de cantidades trascendentes lleva a ordinarias, que satisfacía a Huygens sobre todo. Como si se encontrare $2\int\frac{dy}{y} = 3\int\frac{dx}{x}$, con que será $yy = x^3$, por la naturaleza de los logaritmos combinada con el cálculo diferencial, derivada también ella de ese cálculo; sea en efecto $x^m = y$, hágase $mx^{m-1}dx = dy$, luego dividiendo ambos por igual será $m\int\frac{dx}{x} = \int\frac{dy}{y}$; y lo mismo, una vez más, de la ecuación $m\log x = \log y$, luego $\log x : \log y = \int\frac{dx}{x} : \int\frac{dy}{y}$. Por donde también vuélvese tratable el cálculo exponencial; sea en efecto $y^x = z$, hágase $x\log y = \log z$, luego $dx \log y + xdy : y = dz : z$. Y así liberamos a los exponentes de la variable, o a veces trasladamos con provecho la variable al exponente según vengan las cosas. Y desde entonces es así juego y placer lo que fuera otrora objeto de admiración.[30]

---

cuña —*cuneus*— como los obtenidos cortando troncos de conos o cilindros por planos que no son paralelos [Child, 1920: 14].

30. No se encuentra en Newton ninguna expresión similar a esta que acaba de escribir aquí Leibniz, afirmando que su método de cálculo convertía en fáciles problemas antes muy difíciles. Precisamente la conciencia que tuvo Leibniz de este hecho supone una diferencia importante con Newton. Conviene volver a reproducir aquí la cita de A. R. Hall, que ya incluimos en el estudio preliminar, sobre este punto: «La mayor divergencia entre ellos se da en relación con la evaluación del cálculo: ¿era simplemente un desarrollo continuo desde los métodos del análisis conocidos antes, un paso progresivo, o era una mutación, trayendo consigo métodos poderosos del análisis de una calidad totalmente distinta a todo lo que previamente había existido? Newton no lo vio como una mutación aunque, naturalmente, fue consciente del carácter innovador de sus propios descubrimientos. No es, y podemos estar seguros, el

Pues bien, de todo ese cálculo no existen huella ni vestigio en los escritos de ese émulo antes de editarse los preceptos del cálculo por nuestro autor, ni nada en absoluto en que Huygens y Barrow no le precedieran en obrar del mismo modo, si trataran de lo mismo. Cuánta ayuda brinda este cálculo, empero, reconociolo claramente Huygens, extremo que suprimen sus adversarios en tanto pueden y pasan a otra cosa derechamente, sin tocar lo propio del cálculo diferencial en todo su escrito, y aferrados tan sólo a las series infinitas, de que nadie niega proveyese ese émulo un método antes de todos los demás. Pues en aquello que envuelto en enigma dijera y al cabo ha explicado háblase de fluxiones y fluyentes, esto es, de cantidades finitas y de sus elementos infinitamente pequeños, mas de qué modo haya de derivarse lo uno de lo otro, en eso no ofrecen ni la menor ayuda. Y cuando considera aquellas razones nacientes o evanescentes se aparta derechamente del cálculo diferencial hacia el método de exhaución, que es diverso con mucho aun cuando tenga también utilidades, y no procede por cantidades infinitamente pequeñas, sino por ordinarias, aun cuando va a dar en aquéllas.

Por consiguiente, comoquiera que sus adversarios no presenten ni en el Comercio Epistolar que editaron ni en otra parte el mínimo indicio por donde conste tener ese émulo usado tal cálculo antes de editado por nuestro autor, pueden desdeñarse todos sus alegatos por ajenos a la cuestión. Y han usado del arte

---

menor de los ingredientes en el éxito de Leibniz y su fama posterior, que él sí percibió el cálculo como una mutación, un paso progresivo tan grande como la introducción del álgebra, que las matemáticas nunca serían otra vez las mismas» [Hall, 1980: 90]. A poco que se piense, la expresión de Leibniz es especialmente acertada y, desde luego, muy actual. Repárese en que los problemas de tangentes, áreas, volúmenes, longitudes de curvas, etc., que tantos quebraderos de cabeza supusieron para los grandes matemáticos de los tres primeros cuartos del siglo XVII —Barrow, Cavalieri, Fermat, Huygens, Pascal, Roberval, Saint Vincent, Wallis, etc.— y a los que tanto esfuerzo tuvieron que dedicarle son ahora de resolución bastante sencilla como para estar al alcance de un alumno poco más que adolescente de un curso de cálculo diferencial e integral como los impartidos en el primer año de las licenciaturas científico-técnicas. ¿Dónde se establece la diferencia? No desde luego en una mejora de la especie humana, sino en la herramienta que Newton y Leibniz o Leibniz y Newton nos legaron: el cálculo.

de picapleitos vocingleros para distraer a los jueces de la cosa de que se trata con otra, las series infinitas. Pero nada pudieron aducir en eso de donde saliera agraviada la honestidad de nuestro autor: pues él mismo ha declarado con sencillez por cuáles vías vino hasta ellas pero, no obstante, también en ellas llegó al cabo a algo más excelso y general.

ÍNDICE

Esta obra,
publicada por CRÍTICA,
se acabó de imprimir en los
talleres de EGEDSA,
el 24 de julio de 2006